

На правах рукописи

Тарасов Алексей Аркадьевич

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ОЦЕНОК
ЭКОНОМИЧЕСКИМИ АГЕНТАМИ В ПРОЦЕССЕ ВЫБОРА**

08.00.13 «Математические и инструментальные методы экономики»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Москва – 2009 г.

Работа выполнена на кафедре Прикладной математики ГОУ ВПО «Государственный университет управления»

Научный руководитель: кандидат экономических наук, доцент
Соловьев В. И.

Официальные
оппоненты: доктор экономических наук, доцент
Бычкова С. Г.
кандидат экономических наук,
Галкин А. Н.

Ведущая организация: Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Дальневосточный государственный
технический университет (ДВПИ им.
В.В.Куйбышева)

Защита состоится 23 декабря 2009 года в 13:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.049.09 в ГОУ ВПО «Государственный университет управления» по адресу: 109542, Москва, Рязанский проспект, д.99, ауд. БЦ-211.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Государственного университета управления и на сайте www.guu.ru.

Автореферат разослан 23 ноября 2009 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д.212.049.09,
кандидат экономических наук, доцент

Н.Ф.Алтухова

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Исследования в области оптимального выбора экономических агентов - потребителей и фирм - являются ключевыми разделами современной микроэкономики. Актуальность данного направления объясняется большим числом сложных нерешенных задач, при этом инструментарий теории постоянно расширяется: наряду со строгим математическим подходом используются экспериментальные методы и «психологические» обоснования поведения потребителей.

Одним из ключевых направлений изучения потребительского поведения является экспериментальное исследование и математическое моделирование выбора в условиях неопределенности. Данная диссертационная работа посвящена постановке и решению интервальных задач оптимального поведения потребителей и фирм. Введение интервалов в известные модели позволяет моделировать неопределенность относительно значений цен и дохода. Модифицированные оптимизационные задачи решаются с использованием идей и методов интервального анализа.

Введение интервальных параметров позволяет охватить широкий класс моделей с неполной информацией, при этом не требуется знать ни вероятностные распределения параметров, ни обладать достаточным объемом статистических данных для оценки этих распределений. Единственная доступная информация – это верхние и нижние границы возможных значений неопределенных исходов.

Интервальное восприятие неопределенности, заключающееся в использовании интервальных оценок (цен, дохода, характеристик товаров) в процессе выбора, подтверждается эмпирически: в частности, проведенное анкетирование респондентов позволяет сделать вывод, что респонденты склонны использовать интервальные оценки цен и дохода при принятии экономических решений.

Интервальность параметров выбора можно интерпретировать как отсутствие достоверной информации о реализации конкретных значений параметров в заданных интервалах изменения, но при этом экономический агент обладает оценками верхних и нижних границ возможных значений данных параметров. Для потребителей постановка и решение задач оптимального выбора с интервальными параметрами и интервальным бюджетным ограничением позволяет получить новые свойства функций спроса, имеющие практические приложения при анализе потребительского поведения. С точки зрения оптимального поведения фирмы, предложена модель определения оптимального маркетингового сигнала, учитывающая интервальность восприятия информации потребителями.

Степень разработанности проблемы. Теоретические и прикладные результаты в области применения методов интервального анализа в экономических приложениях нашли отражение как в трудах отечественных ученых (Ащепков Л. Т., Вошинин А. П., Давыдов Д. В., Калмыков С. А.,

Канторович Л. В., Сотиров Г. Р., Орловский С. А., Шарый С. П., Шокин Ю.И.), так и в трудах зарубежных экономистов (Алефельд Г., Билджик Т., Вальтер Э., Дидри О., Жолен Л., Кайбург Х., Кифер М., Леон С., Льюс Р., Мур Р., Сапс П., Скотт Д., Фернандес С., Фишберн П., Хансен Е., Херцбергер Ю.).

В области оптимального потребительского выбора интервальные методы используются для упорядочения интервалов безразличия и построения интервально–значной функции полезности; представления интервальных структур предпочтений с использованием логического формализма, отражающего нечеткие предпочтения потребителей; описания и анализа интервальных вероятностей при знании верхних и нижних границ вероятностей исходов, а также для описания неопределенности, возникающей вследствие погрешностей в сборе и обработке статистических результатов; при анализе и редукции интервальных матричных, интервальных бескоалиционных игр.

Одним из современных направлений применения интервальных методов в экономических задачах является моделирование принятия решений в условиях неопределенности. Если трактовать интервальность как отсутствие точного знания об исследуемых процессах, то интервальные модели можно условно разделить на два основных класса: модели с интервалами как неделимыми объектами и «параметрические» модели, в которых параметры принимают значения в пределах заданных интервалов.

Целью диссертационной работы является изучение использования экономическими агентами интервальных оценок в процессе выбора.

Задачи исследования. Для достижения указанной цели в работе поставлены и решены следующие задачи:

1) Изучить с помощью анкетирования респондентов роль интервальных оценок в процессе выбора (под интервальностью понимается приближенность, наличие некоторого разброса в восприятии респондентами таких «единиц» информации, как цены и измеримые характеристики товаров, ожидаемый доход потребителя).

2) Сформулировать и решить задачу оптимального потребительского выбора с интервально-параметрическим бюджетным ограничением (цены и доход являются параметрами, определенными на некоторых интервалах). Установить свойства функции спроса и интерпретировать полученные результаты.

3) Решить задачу оптимального потребительского выбора с интервальным бюджетным ограничением, используя показатель интервального неравенства. Изучить поведение функции спроса и привести экономическую интерпретацию.

4) Предложить модель определения фирмами оптимальных маркетинговых сигналов, учитывающую интервальное восприятие потребителями рыночных параметров, рассмотреть различные предположения относительно поведения участников процесса выбора.

Объектом исследования является оптимальный выбор в условиях, когда цены представлены интервальными оценками.

Предметом исследования является моделирование оптимального выбора на основе представления об интервальном восприятии информации экономическими агентами.

Методологические и теоретические основы работы. Теоретической основой работы являются труды отечественных и зарубежных ученых по теории оптимального выбора потребителей и фирм. Методологической базой работы являются прикладные направления интервального анализа, методов оптимизации, экономико–математического моделирования.

Информационную базу исследования составили результаты проведенного анкетирования респондентов.

Научная новизна исследования. Сформулирован подход к исследованию оптимального поведения потребителей и фирм, основанный на применении методов интервального анализа. Эмпирически исследована роль интервальных оценок респондентов в процессе выбора. В работе поставлены и решены задачи оптимального потребительского выбора с интервально-параметрическим и интервальным бюджетным ограничением, а также задача определения фирмой оптимального маркетингового сигнала, учитывающая интервальность восприятия информации покупателями.

В работе были получены следующие **новые научные результаты**:

1) Проведено эмпирическое исследование (в виде анкетирования респондентов) интервальных оценок цен и дохода.

2) Сформулирована и решена задача оптимального выбора с интервально-параметрическим бюджетным ограничением.

3) Рассмотрен метод решения задачи оптимального выбора с интервальным бюджетным ограничением, основанный на редукции с использованием показателя интервального неравенства.

4) Приведены свойства полученных в указанных задачах функций спроса, предложена экономическая интерпретация полученных результатов.

5) Предложена модель определения фирмой оптимальных маркетинговых сигналов с целью привлечения потребителей к товарам, учитывающая интервальное восприятие потребителями качества товара.

Теоретическая и практическая значимость работы. Разработанные в диссертации положения вносят определенный вклад в развитие методов изучения интервального оптимального выбора.

Разработанные в процессе исследования модели и концепции могут быть использованы коммерческими предприятиями при реализации маркетинговых стратегий, учитывающих интервальность восприятия со стороны потребителей, а также при построении прогнозов операционной и финансовой деятельности и в процессе бюджетирования.

Материалы диссертации могут быть использованы в высших учебных заведениях для преподавания таких учебных курсов, как «Интервальные модели оптимального выбора экономических агентов», «Интервальные методы и модели экономического анализа» и др.

Апробация результатов. Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на научных семинарах кафедры «Математических методов в экономике» Дальневосточного государственного университета, кафедры «Прикладной математики» Государственного университета управления, на следующих научных конференциях: Дальневосточной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по математическому моделированию (Владивосток, 2003 и 2004 гг.), III и V Международной конференции «Экономика и бизнес: позиция молодых ученых» (Барнаул, 2004 и 2006 гг.), Двадцать восьмой международной научной школе–семинаре им. С. С. Шаталина (Нижний Новгород, 2005), Двадцать второй Всероссийской научной конференции молодых ученых и студентов «Реформы в России и проблемы управления» (Москва, 2007).

Материалы диссертационного исследования используются в Дальневосточном государственном университете в лекционном курсе «Интервальные модели оптимального выбора экономических агентов».

Публикации. По теме диссертации опубликовано 14 работ общим объемом 5,70 п. л., (авторских 3,56 п.л.) из них три работы общим объемом 0.87 п. л. (из них лично автору принадлежит две работы общим объемом 0.52 п. л. и одна работа, написанная в соавторстве, в которой автору принадлежит 0.17 п.л.) опубликованы в журналах, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий ВАК РФ.

Структура и содержание диссертационной работы соответствует решению поставленных в работе задач и логике проведенного исследования. Диссертационная работа общим объемом 127 страниц состоит из введения, четырех глав, заключения, содержит библиографию из 87 наименований трудов отечественных и зарубежных авторов и два приложения. Работа содержит 20 рисунков и 24 таблицы.

В первой главе приводится описание и интерпретация результатов анкетирования респондентов с целью выяснения роли интервальных оценок в процессе выбора. Приведены свойства построенных респондентами интервалов цен, рассмотрена простая модель оптимального выбора, учитывающая интервальное представление цен.

Во второй главе рассматривается задача оптимального потребительского выбора с интервально-параметрическим бюджетным ограничением. Рассматривается метод решения данных задач, основанный на решении и анализе семейства детерминированных задач, при этом из всего множества решений анализируются решения, имеющие экономическую интерпретацию. Приводится интерпретация полученного решения, приводятся примеры и приложения.

В третьей главе рассматривается метод решения задачи оптимального потребительского выбора с интервальным бюджетным ограничением, основанный на применении показателя интервального неравенства. Указываются свойства решения, предлагается его интерпретация, приводятся примеры и приложения.

II. ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель и основные задачи, необходимые для ее достижения, определены объект и предмет исследования, обозначены научная новизна и практическая значимость исследования и полученных результатов.

В первой главе «Оптимальный выбор и интервальные оценки: эмпирические исследования» приводится описание и интерпретация результатов анкетирования респондентов с целью выяснения роли интервальных оценок в процессе выбора.

В данной работе предполагается интервальное восприятие информации: потребители используют интервалы для оценки таких параметров выбора, как цены, свойства товаров, доход. Интервальное представление информации позволяет моделировать неопределенность в отношении параметров выбора при незнании возможных реализаций (функций или плотностей распределений) параметров внутри соответствующих интервалов.

Значимость и информативность эмпирического изучения поведения респондентов в виде анкетирования подтверждается подготовительным исследованием, проведенным с целью сравнительного анализа результатов, полученных в области экспериментальной экономики в условиях развитых экономик и в условиях экономики России. Изучались модели межвременного выбора: межвременное дисконтирование, изменение направления межвременных предпочтений респондентов, предпочтение респондентами возрастающей последовательности дохода. Были получены следующие результаты: ставка дисконтирования является убывающей по мере возрастания длительности периодов, респонденты предпочитают возрастающую последовательность дохода, однако в российских условиях у респондентов не наблюдается изменение межвременных предпочтений при варьировании возможных выигрышей по времени их появления.

Для эмпирического изучения роли интервальных оценок было проведено анкетирование респондентов: студентам Дальневосточного государственного университета было предложено анонимно заполнить анкету из 7 вопросов. Полученные результаты свидетельствуют о наличии у респондентов интервального восприятия цен и дохода:

1) Интервальное восприятие цен: респонденты согласились со следующими утверждениями: представлением о цене некоторого товара является набор допустимых значений цен (76% респондентов); положительное решение о покупке товара принимается в случае, когда цена попадает в приемлемое множество значений цен данного товара (82% респондентов); небольшие изменения цены товара не влияют на решение о приобретении данного товара (83% респондентов).

2) Разброс цен на определенный товар: респондентов согласились с существованием разброса цен на товары и указали численные значения для указанных товаров.

3) Свойства построенных респондентами интервалов цен указанных товаров: для определенного товара потребитель строит интервальную оценку цены товара $[\underline{p}, \overline{p}]$, основываясь на ориентировочной цене p^* , $\underline{p} \leq p^* \leq \overline{p}$.

Тогда можно указать следующие свойства построенной оценки:

- $\underline{p}(p^*) = (1 - \pi(p^*))p^*$, $\overline{p}(p^*) = (1 + \pi(p^*))p^*$, где $\pi(p^*) < \overline{\pi}(p^*) < 0.5$, или $p^* < 0.5(\underline{p} + \overline{p})$. Данное свойство интерпретируется следующим образом: указанные респондентами интервалы не симметричны относительно ориентировочной цены, а «вытянуты» вправо;
- диаметр построенного интервала $d(p^*) = \overline{p}(p^*) - \underline{p}(p^*)$ тем больше, чем больше ориентировочная цена;
- при этом при увеличении p^* относительный диаметр построенного интервала $d(p^*)/p^*$ падает. Можно предположить, что по мере увеличения ориентировочной цены чувствительность респондентов к точному значению цены увеличивается;
- диаметр построенного интервала всегда меньше ориентировочной цены, $d(p^*) < p^*$.

4) Интервальное восприятие дохода. 71% респондентов отвечают на вопрос касательно ожидаемого дохода с точностью от 10% до 26%.

Приведем формализованное описание использования потребителями интервальных оценок цен в модели с двумя товарами i и j . На первом этапе для указанных товаров были построены соответствующие интервалы цен, $[\underline{p}_i, \overline{p}_i]$ и $[\underline{p}_j, \overline{p}_j]$. Интервальная оценка цен данных товаров представлена на рис. 1 (а) прямоугольником $ABCD$. Далее, при указании интервалов цен, потребители выбирают «предпочтительную» цену, при которой желают покупать товар. В соответствии с предположением о рациональности потребителей, респонденты должны были указать минимальные цены для каждого из товаров, \underline{p}_i и \underline{p}_j (соответствует вершине C прямоугольника $ABCD$, см. рис. 1 (б)), так как минимальные цены позволяют потреблять максимальное количество товара на данных интервалах.

Выбор респондентами точки $E(p_i^*, p_j^*)$, где $p_k^* = 0.63\underline{p}_k + 0.37\overline{p}_k$, $k = i, j$, внутри прямоугольника $ABCD$ позволяет рассуждать о том, что при выборе цен респонденты руководствовались не только стремлением потреблять максимальное количество товара по минимально-возможной цене.

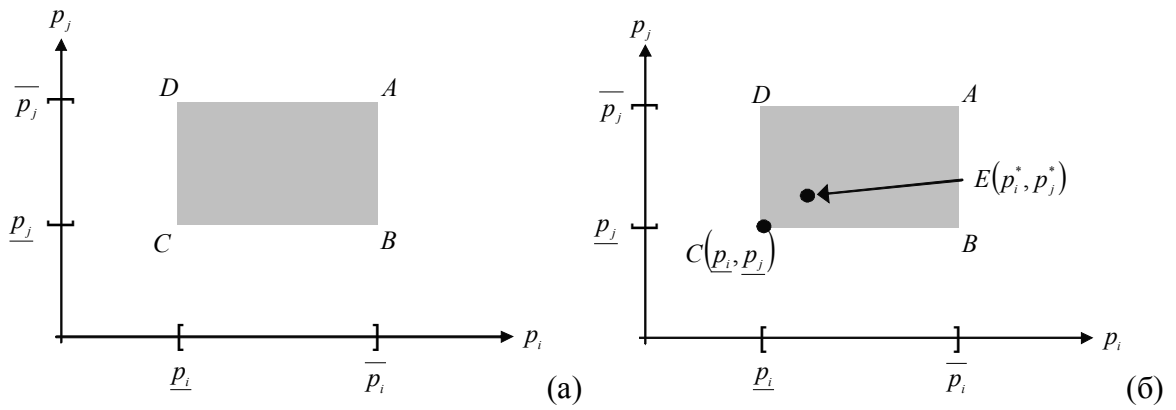


Рис. 1. (а) указанные респондентами интервалы цен; (б) указанные «предпочтительные» цены.

Предположим, что, выбирая цену внутри ценового интервала, респондент максимизирует некоторую функцию «престижа». Значение данной функции зависит от цены, по которой приобретает товар, причем от различных цен потребитель получает различный уровень полезности. Задачу выбора «оптимальной» цены на интервале $[p_k, \overline{p}_k]$ формализуем следующим образом: $\max_{p_k \in [p_k, \overline{p}_k]} v(p_k)$.

Самым простым предположением относительно вида функции $v(p_k)$ является возрастающая линейная функция на интервале $[p_k, \overline{p}_k]$. В данном случае, чем выше цена, тем престижнее совершать покупки по данной цене (рис. 2 (а)) и оптимальная цена есть $p_k^* = \overline{p}_k$. Как отмечалось выше, согласно результатам проведенного анкетирования, репрезентативный респондент выбрал цену, делящую интервал $[p_k, \overline{p}_k]$ в пропорции 1:1.7 и находящуюся ближе к p_k : $p_k^* = 0.63 p_k + 0.37 \overline{p}_k$ (см. рис. 2 (б)).

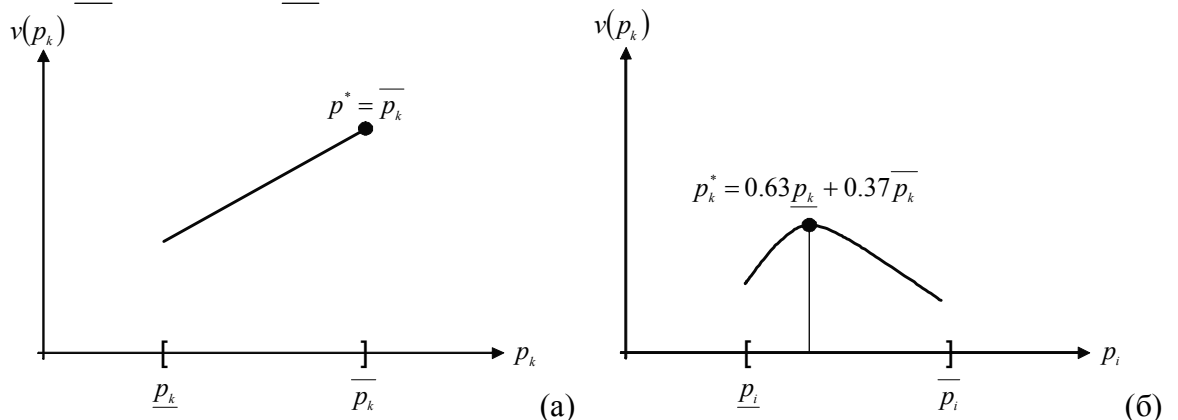


Рис. 2. Функции «престижа», определяющие выбор «предпочтительной» цены внутри интервала.

После нахождения предпочтительной цены p_k^* внутри интервала цен, потребитель будет решать задачу оптимального выбора с целью определения

количества потребляемого товара по данной цене: $\max_{x_i, x_j \geq 0} u(x_i, x_j)$,
 $p_i^* x_i + p_j^* x_k \leq m$, где $u(x)$ - функция полезности, $m > 0$ - доход потребителя.

На основании результатов анкетирования можно сделать вывод, что респонденты действительно склонны использовать интервальные оценки в процессе выбора. Интервальные оценки цен и дохода будут использованы в дальнейшем при формулировании задачи оптимального потребительского выбора с интервально-параметрическим и интервальным бюджетным ограничением в гл. 2 и 3 соответственно.

Во второй главе «Задачи оптимального выбора с интервальными параметрами» формулируется задачу оптимального потребительского выбора, в которой цены и доход являются параметрами, определенными на некоторых интервалах. Таким образом, бюджетное ограничение задачи является интервально-параметрическим. Предложенный метод решения указанной задачи основан на том, что задачу с интервальными параметрами можно рассматривать как параметрическое семейство детерминированных задач.

Рассмотрим обобщение задачи оптимального потребительского выбора, допускающее интервальность стоимостных параметров - цен товаров и дохода потребителя:

$$\max_x u(x) \quad (1)$$

$$px \leq m, \quad p = (p_i)_{i=1}^n, \quad p_i \in [\underline{p}_i, \overline{p}_i], \quad i = \overline{1, n}, \quad m \in [\underline{m}, \overline{m}], \quad (2)$$

где $u(x) = x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} \cdots x_n^{\beta_n}$ - мультипликативная функция полезности, неоклассическая функция полезности потребителя ($\beta_i > 0$, $i = \overline{1, n}$, $\sum_{i=1}^n \beta_i = 1$);

$x = (x_i)_{i=1}^n$ - вектор количеств потребляемых товаров (товарный набор), $x_i \geq 0$, $i = \overline{1, n}$; $p = (p_i)_{i=1}^n$ - вектор цен, элементы которого принимают значения на некоторых интервалах $[\underline{p}_i, \overline{p}_i]$, $\underline{p}_i > 0$, $i = \overline{1, n}$; m - доход потребителя, оцениваемый как принадлежащий интервалу $[\underline{m}, \overline{m}]$, $\underline{m} > 0$. Бюджетное ограничение (2) будем называть интервально-параметрическим.

Введение в бюджетное ограничение интервальных параметров основывается на том, что в ходе проведенного анкетирования респондентов было выявлено, что респонденты склонны использовать в качестве оценок цен товаров и своего дохода некоторые интервалы. Таким образом, решения задачи (1)-(2) - функции спроса $x^* = (x_i^*)_{i=1}^n$ - можно интерпретировать как некоторые получаемые потребителем ориентиры, основанные на его интервальных оценках цен и дохода: у потребителя отсутствует информация о реализации конкретных значений параметров в заданных интервалах изменения. При этом границы соответствующих интервалов могут определяться потребителем как объективно (на основании информации, доступной всем потребителям), так и субъективно (с использованием уникальных знаний, опыта и интуиции).

Определим следующие взвешивающие функции

$$p_i(\theta_p) = \theta_p \underline{p}_i + (1 - \theta_p) \overline{p}_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad \theta_p \in [0, 1], \quad (3)$$

$$m(\theta_m) = \theta_m \underline{m} + (1 - \theta_m) \overline{m}, \quad \theta_m \in [0, 1], \quad (4)$$

от концов интервалов цен и дохода соответственно. С использованием (3)-(4) задачу (1)-(2) можно представить в следующем виде:

$$\max_x u(x), \quad (p(\theta_p)x \leq m(\theta_m)), \quad p(\theta_p) = (p_i(\theta_p))_{i=1}^n, \quad \theta_p, \theta_m \in [0, 1]. \quad (5)$$

Таким образом, мы получили семейство детерминированных задач, определенных на квадрате

$$H = [0, 1] \times [0, 1] \quad (6)$$

при этом каждая точка квадрата $(\theta_p, 1 - \theta_m)$ будет соответствовать некоторым конкретным значениям цен и дохода, и, следовательно, некоторой задаче семейства (5). Далее вектор

$$\theta = (\theta_p, 1 - \theta_m) \quad (7)$$

будем называть профилем потребителя. Тогда решение задачи (5) будет зависеть от профиля потребителя (иначе говоря, у каждого потребителя будут соответствующие его профилю функции спроса):

$$x^*(\theta) = \left(\beta_i \frac{m(\theta_m)}{p_i(\theta_p)} \right)_{i=1}^n. \quad (8)$$

Заметим, что решение (8) существует и является непрерывным для $\theta \in H$, а соответствующее значение функции полезности есть

$$u(x^*(\theta)) = m(\theta_m) \left(\frac{\beta_1}{p_1(\theta_1)} \right)^{\beta_1} \left(\frac{\beta_2}{p_2(\theta_2)} \right)^{\beta_2} \dots \left(\frac{\beta_n}{p_n(\theta_n)} \right)^{\beta_n}.$$

В приложениях важную роль играют задачи семейства (5) со следующими бюджетными ограничениями, определяемые выбором вектора (7):

- при $\underline{\theta} = (0, 0)$ будем называть бюджетное ограничение «пессимистическим», так как $\max_{\theta_p, \theta_m} (p(\theta_p)x - m(\theta_m)) = p(0)x - m(1)$, и обозначать $\overline{p}x \leq \underline{m}$ (соответствует максимальным ценам $\overline{p} = (\overline{p}_i)_{i=1}^n$ и минимальному доходу \underline{m});
- при $\overline{\theta} = (1, 1)$ - «оптимистическим», так как $\min_{\theta_p, \theta_m} (p(\theta_p)x - m(\theta_m)) = p(1)x - m(0)$, и обозначать $\underline{p}x \leq \overline{m}$ (соответствует минимальным ценам $\underline{p} = (\underline{p}_i)_{i=1}^n$ и максимальному доходу \overline{m});
- при $\theta_{\frac{1}{2}} = 0.5(\underline{\theta} + \overline{\theta})$ - средним и обозначать $p_0x \leq m_0$ (средним ценам $p_0 = (0.5(\underline{p}_i + \overline{p}_i))_{i=1}^n$ и среднему доходу $m_0 = 0.5(\underline{m} + \overline{m})$).

Заметим, что для $\overline{px} \leq \overline{m}$, $\underline{px} \leq \underline{m}$, и $p_0x \leq m_0$ выполняется следующее свойство: для множеств допустимых товарных наборов $X(\theta) = \{p(\theta_p)x \leq m(\theta_m)\}$ выполняется

$$X(\underline{\theta}) \subseteq X(\theta) \subseteq X(\overline{\theta}), \theta \in H, X(\underline{\theta}) \subseteq X(\theta_{1/2}) \subseteq X(\overline{\theta}), \quad (9)$$

т.е. множество допустимых товарных наборов оптимистического бюджетного ограничения содержит в себе все возможные бюджетные ограничения при $\theta \in H$.

Так как θ определяет профиль потребителя, то тогда $\underline{\theta}$ будет соответствовать потребителю-пессимисту, $\overline{\theta}$ - потребителю-оптимисту, $\theta_{1/2}$ - «среднему» потребителю. Введем следующую меру «оптимистичности» (или «пессимистичности») потребителя:

$$A(\theta) = \frac{(\theta_p + (1 - \theta_m))}{2}, \quad (10)$$

где $A(\theta) \in [0,1]$, $\theta \in H$. Тогда для потребителей с указанными выше характеристиками (10) принимает следующие значения: пессимист $A(\underline{\theta}) = 0$, оптимист $A(\overline{\theta}) = 1$, «средний»: $A(\theta_{1/2}) = 0.5$. При этом функции спроса соответствующих потребителей будут удовлетворять неравенствам:

$$x_i^*(\underline{\theta}) \leq x_i^*(\theta) \leq x_i^*(\overline{\theta}), x_i^*(\underline{\theta}) \leq x_i^*(\theta_{1/2}) \leq x_i^*(\overline{\theta}), \theta \in H, \text{ т.е.} \quad (11)$$

решение потребителя-пессимиста является наихудшим, решение оптимиста - наилучшим из всех возможных решений задачи (5) (см. рис. 3).

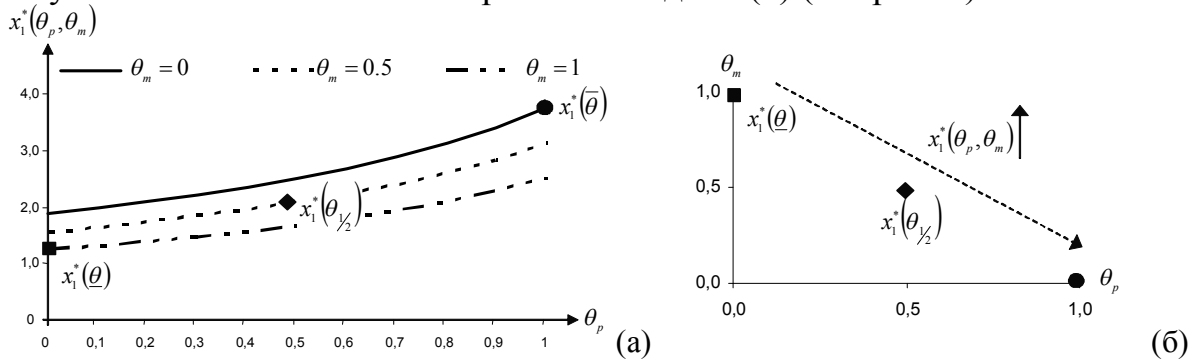


Рис. 3. (а) функции спроса $x^*(\theta)$ для численного примера задачи (5) с функцией полезности $u(x_1, x_2) = x_1^{0.25} x_2^{0.75}$ и интервалами цен и дохода $p_1 \in [1,2]$, $p_2 \in [3,5]$, $m \in [10,15]$; (б) связь профиля потребителя (7) и функции спроса (8).

Из результатов анкетирования респондентов следует, что профиль (7) репрезентативного для рассмотренной в исследовании выборки респондентов, есть $\theta = (0.63, 0.79)$. Таким образом, при вычислении ориентира спроса, репрезентативный респондент ориентируются на цену, находящуюся ближе к левому концу интервала цены, и на значение дохода, близкое к правому концу соответствующего интервала. Согласно введенной терминологии, респонденты из рассмотренной выборки являются

«умеренными оптимистами», так как их оценки близки к $\frac{2}{3}$ (мера (10) есть $A(\theta) = 0.71$).

Если рассматривать θ как точку на H с независимыми случайными координатами $\theta_p, 1 - \theta_m$, равномерно распределенными на интервале $[0,1]$, то вероятность события $P(a \leq \theta_p, b \leq 1 - \theta_m) = P(a \leq \theta_p)P(b \leq 1 - \theta_m)$ будет вычисляться по формуле

$$P(a \leq \theta_p, b \leq 1 - \theta_m) = \theta_p(1 - \theta_m). \quad (12)$$

Вероятность (12) можно интерпретировать как вероятность того, что «рыночные» цены окажутся выше, а «фактический» доход – ниже, чем соответствующие оценки потребителя. Тогда для описанных выше профилей потребителей получаем: пессимист - $P(a \leq 0, b \leq 0) = 0$; оптимист - $P(a \leq 1, b \leq 1) = 1$; «средний» потребитель - $P(a \leq 0.5, b \leq 0.5) = 0.25$; репрезентативный респондент из рассмотренной выборки - $P(a \leq 0.63, b \leq 0.79) = 0.5$.

Таким образом, в то время как пессимист никогда не столкнется с более высокими ценами и более низким доходом, а ожидания оптимиста окажутся «лучше» реальности, репрезентативный респондент с вероятностью $\frac{1}{2}$ может столкнуться как с более благоприятной, так и с менее благоприятной, ситуацией.

Функции спроса (8) и вероятность (12) связаны на H следующим образом: чем большее θ_p и меньшее θ_m устанавливает потребитель (соответственно ориентируясь на наименьшие цены и наибольший доход из соответствующих интервалов), тем больше будет его ориентировочный спрос, и тем выше вероятность, что цена на товар окажется выше его ориентира, а доход - ниже. Тогда можно сказать, что пессимист не склонен к риску (понимаемому в данном случае как вероятность более высоких цен и менее высокого дохода). Оптимист, соответственно, является склонным к риску, но при этом более высокая склонность к риску компенсируется возможностью получить более полезное решение.

Следовательно, можно говорить о некоторой градации решений в зависимости от значений θ внутри H с точки зрения риск-полезность: чем выше ориентировочный спрос $x^*(\theta)$, тем выше вероятность $P(a \leq \theta_p, b \leq 1 - \theta_m)$ того, что в конечном потребляемом наборе каждого товара будет меньше. При этом следует отметить следующие «крайние» точки: пессимист - $P(\underline{\theta}) = 0$, $\max_{\theta} x^*(\theta) = x^*(\underline{\theta})$; оптимист - $P(\bar{\theta}) = 1$, $\min_{\theta} x^*(\theta) = x^*(\bar{\theta})$; репрезентативный респондент - $P(0.63, 0.79) = 0.5$, $x^*(\underline{\theta}) \leq x^*(0.63, 0.79) \leq x^*(\bar{\theta})$.

В главе также приведены решения задачи оптимального потребительского выбора (5) для товаров-субститутов, комплиментарных товаров и для функции полезности с постоянной эластичностью замещения, а

также рассмотрена модель товарных характеристик с интервально-параметрическими бюджетным ограничением и системой трансформации.

Третья глава «Задача оптимального выбора с интервальным бюджетным ограничением» посвящена решению задачи оптимального потребительского выбора с интервальным бюджетным ограничением. Указанная задача решается с помощью редукции данной задачи к задаче детерминированной оптимизации. Предложенная редукция основана на применении показателя интервального неравенства. Приводится интерпретация задачи и решения, рассматриваются примеры и приложения.

Рассмотрим два вещественных интервала $\mathbf{h} = [h_0 - \Delta h, h_0 + \Delta h]$ и $\mathbf{v} = [v_0 - \Delta v, v_0 + \Delta v]$ с центрами h_0, v_0 и суммой радиусов $\Delta h + \Delta v > 0$. Число

$$R(\mathbf{h} \leq \mathbf{v}) = \frac{v_0 - h_0}{\Delta h + \Delta v} \quad (13)$$

будем называть показателем интервального неравенства $\mathbf{h} \leq \mathbf{v}$. При $R(\mathbf{h} \leq \mathbf{v}) < -1$ весь интервал \mathbf{h} лежит правее интервала \mathbf{v} . Если $|R(\mathbf{h} \leq \mathbf{v})| \leq 1$, то \mathbf{h} имеет с \mathbf{v} общее пересечение. В случае $R(\mathbf{h} \leq \mathbf{v}) > 1$ весь интервал \mathbf{h} находится левее \mathbf{v} .

Показатель интервального неравенства (13) обладает рядом простых свойств и может быть связан следующим образом с вероятностью выполнения неравенства $\mathbf{h} \leq \mathbf{v}$. Если рассматривать точки h, v данных интервалов как реализации независимых случайных величин с постоянными плотностями распределения, то можно установить связь между показателем $\rho = R(\mathbf{h} \leq \mathbf{v})$ неравенства $\mathbf{h} \leq \mathbf{v}$ и вероятностью $P(\mathbf{h} \leq \mathbf{v})$. Тогда аппроксимирующее выражение для вероятности $p(\rho) \equiv P(\mathbf{h} \leq \mathbf{v})$ будет иметь следующий вид:

$$p(\rho) \approx \tilde{p}(\rho), \quad \tilde{p}(\rho) = 0.5(1 + \rho), \quad -1 \leq \rho \leq 1. \quad (14)$$

Под задачей оптимального выбора с интервальным бюджетным ограничением будем понимать задачу

$$\max_x u(x), \quad \mathbf{p}x \leq \mathbf{m}. \quad (15)$$

где $u(x) = x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} \cdots x_n^{\beta_n}$, $\mathbf{p} = (p_{i,0} [1 - \pi, 1 + \pi])_{i=1}^n$, $0 < \pi < 1$, $\mathbf{m} = m_0 [1 - \mu, 1 + \mu]$, $0 < \mu < 1$ ($p_{i,0}$, $i = \overline{1, n}$ и m_0 – центры соответствующих интервалов), $\mathbf{p}x \leq \mathbf{m}$ – интервальное бюджетное ограничение (интервальным неравенством). В общем случае решения задачи (15) можно найти, воспользовавшись соответствующими алгоритмами интервального анализа.

Рассмотрим следующий метод решения задачи (15), основанный на применении показателя интервального неравенства (13). Потребуем, чтобы бюджетное ограничение $\mathbf{p}x \leq \mathbf{m}$ выполнялось с показателем интервального неравенства ρ , $-1 \leq \rho \leq 1$. Тогда переходим от интервального неравенства к детерминированному параметрическому неравенству

$$(1 + \pi\rho)p_0 x \leq (1 - \mu\rho)m_0, \quad -1 \leq \rho \leq 1. \quad (16)$$

Заметим, что множество $X(\rho) = \{(1 + \pi\rho)p_0x \leq (1 - \mu\rho)m_0\}$ допустимых товарных наборов является монотонным по включению:

$$X(\rho_2) \subset X(\rho_1) \text{ при } \rho_1 < \rho_2. \quad (17)$$

С учетом (16) задача (15) редуцируется к детерминированной параметрической задаче

$$\max_x u(x), (1 + \pi\rho)p_0x \leq (1 - \mu\rho)m_0, -1 \leq \rho \leq 1, \quad (18)$$

решением которой являются функции спроса

$$x^*(\rho) = k(\rho) \left(\frac{\beta_i m_0}{p_{i,0}} \right)_{i=1}^n, -1 \leq \rho \leq 1 \quad (19)$$

где $k(\rho) = \frac{1 - \mu\rho}{1 + \pi\rho}$. Соответствующее (19) значение функции полезности есть

$$u^*(\rho) = k(\rho) m_0 \prod_{i=1}^n \left(\frac{\beta_i}{p_{i,0}} \right)^{\beta_i}.$$

Выражение (19) описывает семейство решений на $-1 \leq \rho \leq 1$. Нетрудно проверить, что функция $k(\rho)$ на $-1 \leq \rho \leq 1$ положительна и строго убывает и, следовательно, функции спроса (19) являются убывающими по ρ .

Так как значение функции полезности также убывает при росте ρ , то, учитывая свойство (17), в редуцированной задаче (18) с увеличением показателя ρ выполнения бюджетного ограничения (16) множество допустимых товарных наборов «сужается» и максимальное значение функции полезности (и спроса) убывает.

Определим «надежность» решения (19) как вероятность $p(\rho)$, рассчитываемую в соответствии с (14), выполнения бюджетного ограничения (16) и учетом убывание спроса (19) по ρ . Тогда можно привести следующую экономическую интерпретацию задачи (18): потребитель имеет возможность выбирать из семейства (19) по своему усмотрению любые промежуточные по градации решения между:

- высокополезными и ненадежными: $\max_{\rho} x^*(\rho) = x^*(-1)$, $\min_{\rho} \tilde{p}(\rho) = 0$;
- менее полезными и надежными: $\min_{\rho} x^*(\rho) = x^*(1)$, $\max_{\rho} \tilde{p}(\rho) = 1$.

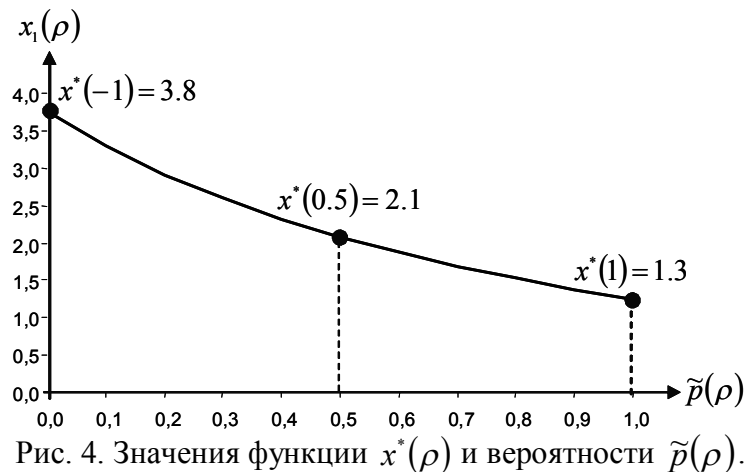
Например, «среднему» решению (19) при $\rho = 0$ соответствует вероятность выполнения бюджетного ограничения $\tilde{p}(\rho) = 0.5$, при этом

$$x^*(0) = \left(\frac{\beta_i m_0}{p_{i,0}} \right)_{i=1}^n. \text{ Иллюстрация решения задачи (18) для функции полезности}$$

$$u(x) = x_1^{0.25} x_2^{0.75} \text{ и бюджетного ограничения} \quad (16)$$

$$1.5x_1 + 4x_2 \leq 12.5 \left(1 - \frac{1}{5}\rho\right) / \left(1 + \frac{1}{3}\rho\right) \text{ (соответствующего интервалам цен}$$

$$\mathbf{p}_1 = [1, 2], \mathbf{p}_2 = \left[2\frac{2}{3}, 5\frac{1}{3}\right], \text{ дохода - } \mathbf{m} = [10, 15]) \text{ приведена на рис. 3.}$$



В главе рассмотрены примеры решения задачи оптимального потребительского выбора с интервальным бюджетным ограничением для товаров–субститутов, товаров–комплиментов, а также для функции полезности с постоянной эластичностью замещения, предложен алгоритм нахождения решения модели товарных характеристик с интервальными системой трансформации и бюджетным ограничением.

В заключении приведены основные результаты диссертационной работы и представлены следующие из них выводы, а также намечены возможные направления дальнейших исследований.

III. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Приведем основные выводы и результаты работы:

- 1) Проведенное анкетирование респондентов позволяет говорить о том, что респонденты склонны использовать интервальные оценки в процессе выбора.
- 2) Приводится анализ свойств интервалов цен, построенных респондентами для указанных в анкете товаров.
- 3) На основании эмпирических данных в задачу оптимального потребительского выбора были введены интервальное представление цен и дохода. Предложены методы решения двух модификаций данной задачи: с интервально-параметрическим и интервальным бюджетным ограничением соответственно.
- 4) Предложена интерпретация решений данных задач, основанная на выборе между высокополезными / ненадежными и менее полезными / надежными.
- 5) Предложена модель определения фирмой оптимальных маркетинговых сигналов с целью привлечения потребителей к товарам, учитывающая интервальное восприятие информации потребителями.
- 6) Основной результат работы заключается в следующем: интервальные модели потребительского выбора позволяют учитывать результаты

эмпирических исследований и получать решения, допускающие значимую экономическую интерпретацию.

IV. СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий ВАК РФ

1. Тарасов А. А. Оптимальный выбор: интервальный подход. // Вестник университета (Государственный университет управления), 2007, № 7(7), с. 349-354, (0.33 п. л.).
2. Тарасов А. А. Межвременной выбор: результаты эмпирического исследования. // Российское предпринимательство, 2008, № 2, с. 155–159, (0.19 п. л.).
3. Давыдов Д. В., Тарасов А. А. Существование функций полезности при интервальных предпочтениях с показателем. // Информатика и системы управления, 2008, № 1(15), с. 113–120, (0.35 п. л., авторские 0.17 п. л.).

Прочие публикации

4. Давыдов Д. В., Тарасов А. А. Модели поведения потребителей: экспериментальная проверка в региональных условиях. // Информатика и системы управления, 2003, № 2, с. 57–66, (0.57 п. л., авторские 0.29 п. л.).
5. Давыдов Д. В., Тарасов А. А. Интервальное представление цен и оптимальный выбор потребителя. // Информатика и системы управления, 2004, № 2, с. 80–89, (0.48 п. л., авторские 0.24 п. л.).
6. Давыдов Д. В., Тарасов А. А. Модели теории выбора. Препринт № 01 ИМКН. – Владивосток: Издательство Дальневосточного университета, 2005, 58 с., (2.42 п. л., авторские 1.21 п. л.).
7. Давыдов Д. В., Тарасов А. А. К задаче оптимального выбора в условиях интервально определенных цен. // В сб. Экономический анализ на Дальнем Востоке России: взгляд молодых исследователей. – М.: МОНФ; Дальневосточный центр экономического развития; Дальневосточный государственный университет, 2005, с. 99–108, (0.27 п. л., авторские 0.13 п. л.).
8. Давыдов Д. В., Тарасов А. А. Потребительский выбор в условиях неопределенности: некоторые эксперименты. // 28-я международная научная школа–семинар им. С. С. Шаталина. Тезисы докладов. Нижний Новгород – Воронеж: Изд-во ВГУ, 2005, с. 170–172, (0.20 п. л., авторские 0.10 п. л.).
9. Тарасов А. А. Экспериментальная проверка моделей поведения потребителей в условиях риска и неопределенности // Дальневосточная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по математическому моделированию. Тезисы докладов. Владивосток, 2003, с. 22–23, (0.07 п. л.).
10. Тарасов А. А. Функция полезности потребителей при интервальных ценах. // III Международная конференция «Экономика и бизнес: позиция молодых ученых». Тезисы докладов. Барнаул, 2004, с. 333–335, (0.17 п. л.).

11. Тарасов А. А. Оптимальный выбор потребителя в условиях интервальных цен. // Дальневосточная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по математическому моделированию. Тезисы докладов. Владивосток, 2004, с. 29–30, (0.04 п. л.).

12. Тарасов А. А. Интервальные оптимизационные задачи в теории потребительского выбора. // Электронный журнал «Исследовано в России», 2006, <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2006/124.pdf>, (0.37 п. л.).

13. Тарасов А. А. Модель товарных характеристик в интервальной постановке. // V международная конференция «Экономика и бизнес: позиция молодых ученых». Тезисы докладов. Барнаул, 2006, с. 88–92, (0.14 п. л.).

14. Тарасов А. А. Применение интервальных методов в финансовом менеджменте. // Двадцать вторая Всероссийская научная конференция молодых ученых и студентов «Реформы в России и проблемы управления». Тезисы докладов. Москва, 2007, с. 234–235, (0.10 п. л.).