

В. И. Соловьев

**СТРАТЕГИЯ И ТАКТИКА
КОНКУРЕНЦИИ НА РЫНКЕ
ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ**

**Опыт
экономико-математического
моделирования**

УДК 330.115
ББК 65
С60

*Работа поддержана грантом Президента Российской Федерации
для государственной поддержки молодых российских ученых
МК-3663.2009.6*

Рецензенты:

заместитель заведующего кафедрой экономики знаний
Государственного университета управления,
доктор экономических наук, кандидат физико-математических наук,
профессор *Т. М. Гатауллин*;

ведущий научный сотрудник
лаборатории теории и практики рыночной трансформации
национальной экономики Института проблем рынка РАН,
кандидат технических наук, доцент *М. Р. Козаловский*

Соловьев Владимир Игоревич

С60 Стратегия и тактика конкуренции на рынке программного обеспечения : Опыт экономико-математического моделирования : монография / В. И. Соловьев. — М.: Вега-Инфо, 2010. — 200 с.

ISBN 978-5-91590-010-2

Сформулированы основные свойства программного обеспечения, выделяющие его среди других интеллектуальных товаров; с помощью математических моделей исследовано взаимодействие производителей и пользователей коммерческого программного обеспечения в условиях существования рынка пиратских копий; ситуации равновесия на рынке аппаратного обеспечения, коммерческого и некоммерческого программного обеспечения с учетом теневого распространения пиратских копий; динамика конкуренции производителей коммерческого и некоммерческого программного обеспечения с учетом линейного роста рынка, ненулевых издержек по обеспечению технической поддержки, а также теневого распространения пиратских копий; построены правила принятия оптимальных решений по выбору модели бизнеса на рынке программного обеспечения с учетом возможности открытого распространения части программного продукта, предложения программного обеспечения как услуги, выпуска новых версий существующих программных продуктов.

Для специалистов и руководителей компаний — участников рынка информационных технологий, научных работников, специализирующихся в области экономико-математических методов и экономики знаний, аспирантов, преподавателей и студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям.

ББК 65

ISBN 978-5-91590-010-2

© Соловьев В. И., 2010
© ООО «Вега-Инфо», 2010

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	6
ГЛАВА 1. Основные особенности рынка программного обеспечения	20
§ 1.1. Программное обеспечение как товар	20
Виды программного обеспечения • Программное обеспечение как интеллектуальный товар • Отличия программного обеспечения от других интеллектуальных товаров	
§ 1.2. Распространение программного обеспечения	29
Традиционные формы распространения программного обеспечения • Пиратство на рынке программного обеспечения • Инновационные формы распространения программного обеспечения • Рынок программного обеспечения • Модели бизнеса, стратегия и тактика на рынке программного обеспечения • Горизонтальная интеграция рынка программного обеспечения	
§ 1.3. Статистика рынка программного обеспечения	45
Статистика моделей распространения программного обеспечения • Статистика расходов потребителей и доходов производителей на рынке информационных технологий • Статистика цен • Статистика пиратства • Сравнение стоимости владения коммерческой и некоммерческой серверными операционными системами	
Резюме	54
ГЛАВА 2. Современные подходы к моделированию рынка программного обеспечения	56
§ 2.1. Модели распространения продуктов на рынках интеллектуальных товаров	56
Фундаментальная модель диффузии инноваций • Модели распространения продуктов с учетом создания и заимствования технологий в условиях конкуренции • Эмпирический анализ конкуренции на рынках интеллектуальных товаров	
§ 2.2. Современные модели взаимодействия участников рынка программного обеспечения	60
Модели равновесия на рынках интеллектуальных товаров • Модели распространения пиратских копий программного обеспечения и противодействия пиратству • Модели внешних эффектов на рынке программного обеспечения	

§ 2.3. Необходимость развития моделей взаимодействия участников рынка программного обеспечения.....	70
Открытые вопросы • Обоснование логики исследования	
Резюме	74
ГЛАВА 3. Модели взаимодействия поставщиков аппаратного и программного обеспечения	75
§ 3.1. Модель взаимодействия двух дополняющих монополистов — производителей аппаратного и программного обеспечения.....	75
Основные предположения • Задача максимизации прибыли монополиями поставщиками аппаратного и программного обеспечения • Эластичность спроса на коммерческое программное обеспечение с учетом взаимодействия с производителями аппаратного обеспечения • Учет доходов производителя коммерческого системного программного обеспечения от продажи прикладного программного обеспечения	
§ 3.2. Модель взаимодействия монопольного производителя аппаратного обеспечения с поставщиками коммерческого и некоммерческого программного обеспечения	81
Основные предположения • Спрос на компоненты композитного продукта • Оптимальная ценовая политика производителей аппаратного обеспечения и коммерческого программного обеспечения	
§ 3.3. Модель взаимодействия двух конкурирующих поставщиков аппаратного обеспечения с производителями коммерческого и некоммерческого программного обеспечения.....	88
Основные предположения • Спрос на компоненты композитного продукта • Задачи оптимизации прибыли производителей • Равновесие Курно • Равновесие Штакельберга	
§ 3.4. Влияние распространения пиратских копий коммерческих программных продуктов на рыночное равновесие.....	103
Модель взаимодействия двух конкурирующих поставщиков аппаратного обеспечения с поставщиками коммерческого, некоммерческого и пиратского программного обеспечения • Учет распространения базовых и дополнительных программных продуктов	
§ 3.5. Обсуждение результатов.....	117
Резюме	120
ГЛАВА 4. Динамическая модель смешанной дуополии производителей коммерческого и некоммерческого программного обеспечения .	124
§ 4.1. Основные предположения	124
§ 4.2. Монополия единственного производителя коммерческого программного обеспечения	129
Задача оптимального управления ценой лицензии на коммерческий программный продукт для получения максимальной интегральной дисконтированной прибыли на монопольном рынке • Исследование модели	

§ 4.3. Смешанная дуополия производителей коммерческого и некоммерческого программного обеспечения	132
Задача оптимального управления ценой лицензии на коммерческий программный продукт для получения максимальной интегральной дисконтированной прибыли в конкуренции с некоммерческим продуктом-заменителем • Исследование модели	
§ 4.4. Влияние издержек по технической поддержке и пиратства на конкуренцию коммерческого и некоммерческого программного обеспечения	138
Задача оптимального управления ценой лицензии с учетом распространения нелегальных копий коммерческого программного обеспечения и наличия издержек на осуществление технической поддержки • Исследование модели	
Резюме	143
ГЛАВА 5. Моделирование стратегических решений производителей программного обеспечения.....	144
§ 5.1. Моделирование стратегических решений разработчика коммерческого программного обеспечения по противодействию пиратству.....	144
Описание конфликтной ситуации • Теоретико-игровая постановка задачи • Исследование теоретико-игровой модели • Обсуждение результатов	
§ 5.2. Моделирование стратегических решений производителя программного обеспечения по открытому распространению части продуктов.....	150
Основные предположения • Оптимальные тактические решения в различных моделях бизнеса • Сравнение моделей бизнеса • Управленческая интерпретация результатов сравнения моделей бизнеса	
§ 5.3. Моделирование стратегических решений производителя программного обеспечения как услуги.....	160
Основные предположения • Оптимальные тактические решения в различных моделях бизнеса • Сравнение моделей бизнеса	
§ 5.4. Моделирование стратегических решений производителей аппаратного и программного обеспечения о выпуске новых версий	168
Выбор оптимальной цены новой версии с учетом сетевых внешних эффектов • Выбор оптимального момента выпуска новой версии программного обеспечения • Взаимодействие производителей программного и аппаратного обеспечения при принятии решений о выпуске новых версий продуктов	
Резюме	176
Основные выводы.....	179
Список литературы.....	183

ВВЕДЕНИЕ

Конкуренция на рынках интеллектуальной собственности существенно отличается от конкуренции на рынках традиционных товаров. Связано это с особенностями интеллектуальных товаров, а именно с их нематериальностью, идемпотентностью и институтом защиты авторских прав.

Программное обеспечение представляет собой интеллектуальный товар, но в значительной степени отличается от других интеллектуальных товаров — литературных текстов, музыкальных записей, видеофильмов и др.: программное обеспечение является не просто экономическим благом, оно может входить в интеллектуальный капитал организаций, являясь интеллектуальным средством труда.

Еще одно отличие программного обеспечения от других интеллектуальных товаров состоит в том, что оно не имеет потребительской ценности без комплементарного материального продукта — аппаратного обеспечения.

На рынке программного обеспечения появились и получают все большее распространение инновационные модели бизнеса, и в результате перед пользователями программного обеспечения во всем мире стоит актуальный вопрос, что выгоднее:

- приобрести лицензионный коммерческий программный продукт (например, операционную систему *Microsoft Windows* или офисный пакет *Microsoft Office*);

- бесплатно и легально использовать альтернативный некоммерческий программный продукт, свободно распространяемый через интернет (операционную систему *Linux*, офисный пакет *OpenOffice*);
- воспользоваться программным продуктом как услугой (операционной системой *Ghost*, офисным пакетом *Google Docs*);
- или же незаконно воспользоваться пиратской копией коммерческого программного продукта.

Соответственно, и производители программного обеспечения пытаются определить, какая модель бизнеса оптимальна в каждом конкретном случае:

- получение доходов от распространения лицензий на программное обеспечение;
- получение доходов от продажи подписок на приложения как услуги;
- получение доходов от демонстрации рекламы в программных продуктах;
- бесплатное распространение программного обеспечения (даже, возможно, с открытыми исходными кодами) и получение доходов от оказания дополнительных услуг (по установке, настройке, технической поддержке и др.).

Как показывает практика, однозначного ответа на сформулированные вопросы пока нет.

Особенности взаимодействия участников рынка программного обеспечения в настоящее время еще практически не исследованы, и **проблема математического моделирования механизмов конкуренции на рынке программного обеспечения с учетом специфических особенностей товаров этого рынка является актуальной.**

Объектом исследования является рынок программного обеспечения и его участники — предприятия, организации и физические лица, а **предметом исследования** выступают механизмы взаимодействия участников рынка программного обеспечения:

- распространение продуктов;
- формирование спроса и предложения;

- выбор модели бизнеса;
- ценообразование;
- конкуренция;
- появление на рынке новых участников;
- выбывание с рынка участников, потерпевших поражение в конкурентной борьбе, и др.

Целью исследования является разработка и анализ комплекса математических моделей взаимодействия участников рынка программного обеспечения для определения оптимальных стратегий их поведения.

В соответствии с поставленной целью в работе были сформулированы и решены следующие **задачи**:

- определение основных свойств программного обеспечения как товара;
- разработка статических и динамических математических моделей взаимодействия разработчиков программного обеспечения, производителей аппаратного обеспечения, пользователей и пиратов;
- исследование механизмов взаимодействия участников рынка программного обеспечения с помощью построенных моделей;
- разработка правил принятия оптимальных решений по выбору модели бизнеса на рынке программного обеспечения с учетом возможности открытого распространения части продуктов, предложения программного обеспечения как услуги и выпуска новых версий существующих программных продуктов;
- сравнение полученных результатов с реальными данными о рынке программного обеспечения.

Поставленные задачи определили логику построения данной книги, которая является продолжением монографии «Экономико-математическое моделирование рынка программного обеспечения», выпущенной в 2009 г. [150], и состоит из введения, пяти глав, основных выводов и списка использованной литературы.

Первая глава посвящена исследованию современного рынка программного обеспечения как рынка инноваций и знаний, в этой главе выявляются основные свойства

программного обеспечения как товара, описываются модели бизнеса на рынке программного обеспечения, коммерческие и некоммерческие механизмы распространения программного обеспечения, а также обсуждается статистика современного рынка программного обеспечения.

Первая глава содержит много материала, не рассмотренного в книге [150]: обсуждение основных особенностей программного обеспечения как интеллектуального товара, отличий программного обеспечения от других интеллектуальных товаров, а также моделей бизнеса на рынке программного обеспечения. Статистическое исследование рынка программного обеспечения по сравнению с монографией [150] существенно расширено.

Во второй главе проведен анализ современных подходов к математическому моделированию процессов распространения инноваций и конкуренции на рынке инноваций, показавший, что рынок программного обеспечения, существенно отличаясь и от традиционных товарных рынков (прежде всего, нематериальностью и идемпотентностью продуктов), и от рынков других типов интеллектуальных товаров (возможностью использования программных продуктов в качестве интеллектуального капитала, особенностями института защиты авторских прав, а также возможностью использования инновационных моделей бизнеса), требует более детального анализа с использованием экономико-математического моделирования.

Материал второй главы представляет собой переработанный вариант обзора, опубликованного в книге [150].

В третьей главе построены и исследованы методами теории игр ряд моделей:

- модель взаимодействия монопольных производителей аппаратного и программного обеспечения;
- модель взаимодействия производителей коммерческого и некоммерческого системного программного обеспечения с монопольным поставщиком аппаратного обеспечения;
- модели взаимодействия двух конкурирующих поставщиков аппаратного обеспечения с производителями коммерческого и некоммерческого системного и

прикладного программного обеспечения без учета и с учетом распространения пиратских копий коммерческих программных продуктов.

По сравнению с книгой [150] добавлены модели взаимодействия производителей аппаратного и программного обеспечения с учетом предложения пиратских копий, а также с учетом разделения программного обеспечения на системное и прикладное, более подробно обсуждаются результаты, изменены обозначения на более традиционные. Кроме того, в монографии [150] рассматривались только равновесия Нэша, в данной книге обсуждаются также равновесия Курно и Штакельберга.

В четвертой главе построены и исследованы методами оптимального управления динамические модели:

- модель монополии единственного производителя коммерческого программного обеспечения;
- модель смешанной дуополии производителей коммерческого и некоммерческого программного обеспечения в отсутствие пиратства при нулевых переменных издержках коммерческого производителя;
- модель смешанной дуополии производителей коммерческого и некоммерческого программного обеспечения при ненулевых издержках по обеспечению технической поддержки и наличии теневого рынка нелегальных копий коммерческого продукта.

Материал четвертой главы представляет собой переработку третьей главы монографии [150].

Пятая глава содержит новые модели и результаты их исследования. Эта глава посвящена моделированию стратегических решений производителей программного обеспечения. В ней построены и исследованы такие модели:

- модель взаимодействия производителя коммерческого программного обеспечения с пользователями в условиях существования рынка пиратских копий.
- модель открытого распространения части программного продукта;
- модель производства программного обеспечения как услуги;

- модель выбора оптимальной цены новой версии программного обеспечения с учетом сетевых внешних эффектов;
- модель выбора оптимального момента выпуска новой версии программного обеспечения;
- модель принятия производителями аппаратного и программного обеспечения стратегических решений о выпуске новых версий.

История математического моделирования конкуренции начинается с работ А. Курно, Г. фон Штакельберга, Л. Вальраса, Ж. Бертрана, К. Эрроу, Дж. Нэша и других классиков экономико-математической науки.

Современные модели конкуренции на отраслевых рынках, в основном, разработаны в соответствии с заложенными классиками традициями: абсолютное большинство моделей конкуренции производителей симметричны в том смысле, что рассматривают конфликты участников рынка, каждый из которых максимизирует свою прибыль.

Монополия и симметричная дуополия исследованы на сегодняшний день достаточно глубоко. Например, в работах Л. Е. Варшавского построена динамическая модель дуополии, которая учитывает не только динамику конкуренции, но и динамику производства. С помощью этой модели были предложены методы и алгоритмы государственного регулирования инвестиционной и инновационной деятельности для управления динамикой конкуренции, получены условия сосуществования дуополистов на рынке и вытеснения одним дуополистом другого.

Однако современный рынок программного обеспечения характерен своей асимметрией: одни участники максимизируют свои доходы от распространения программного обеспечения, а другие — нет.

Практические результаты работ В. Л. Макарова, В. А. Васильева, В. И. Данилова, А. Н. Козырева, Г. А. Кошевого и А. И. Сотскова по общей теории экономического равновесия оправдывают ценовую дискриминацию на рынках интеллектуальной собственности и обосновывают существование эффективного равновесия на таких рынках.

Например, в работах А. Н. Козырева модели двухэтапного ценообразования с дифференцированной ценой входа на рынок для потребителя применены к интерпретации идей теории прав собственности и уточнению некоторых ее выводов применительно к оценке объектов интеллектуальной собственности. В частности, А. Н. Козырев показал, что сочетание двухкомпонентного тарифа с ценовой дискриминацией нивелирует эту дискриминацию.

Такие модели хорошо описывают рынки предоставления патентов, информационных и информационно-технологических услуг, когда потребители вначале платят некоторую сумму за вход на рынок и право пользоваться услугами по цене предельных издержек, а затем оплачивают собственно услуги по цене предельных издержек (например, вначале пользователь платит за подключение к интернету, а затем оплачивает использованный трафик).

Применение подобной схемы к ценообразованию на рынке программного обеспечения сводится к тому, что вначале пользователь приобретает программный продукт, а затем платит по цене предельных издержек за техническую поддержку или обновления этого продукта. Однако на рынке программного обеспечения распространение продуктов представляет гораздо больший интерес, чем оказание технической поддержки или рассылка обновлений. Поэтому математическое моделирование конкуренции на рынке программного обеспечения требует развития.

Абсолютное большинство работ по математическому моделированию конкуренции на рынке программного обеспечения посвящено исследованию процессов теневого распространения нелегальных копий лицензионных коммерческих программных продуктов. Здесь, прежде всего, стоит отметить работы М. Гивона, П. Деванбю, А. Н. Козырева, В. Махаджана, Е. Мюллера, С. А. Середы и С. Стаблбайна.

Конкуренция коммерческого и некоммерческого программного обеспечения до настоящего времени в основном рассматривалась с позиции потребителя, а не производителя (среди таких исследований потребительского выбора нужно отметить работы Д. Ли и Х. Мендельсона).

Исследование конкуренции на рынке программного обеспечения, проведенное автором, в значительной степени базируется на работе Р. Касадесуса-Масанелла и П. Гемавата, которые представили в 2006 г. первую динамическую модель конкуренции между коммерческим программным продуктом *Microsoft Windows* и его некоммерческим аналогом *Linux*.

Также были существенно использованы результаты Х. Р. Вэриана, П. Гемавата, Д. Йоффе, Р. Касадесуса-Масанелла, Е. Катзамакаса, М. Л. Каца, Б. Нейлбуффа, Дж. Фаррелла, К. Шапиро и Н. Экономайдса в области сетевой экономики; методология «мягкого» моделирования, обобщенная В. И. Арнольдом; теоретические основы экономики знаний, разработанные П. Друкером, В. Л. Макаровым, Г. Б. Клейнером, А. Е. Варшавским, Л. Е. Варшавским, А. Н. Козыревым, Б. З. Мильнером, С. Б. Перминовым, В. В. Радаевым, Д. Е. Сорокиным и Э. Я. Шейниным, а также методология оценки конкурентоспособности, развитая в трудах П. Друкера, Ф. Котлера, М. Портера, Г. Л. Азоева, О. В. Аристова, С. Г. Бычковой, О. С. Виханского, Г. Я. Гольдштейна и А. Ю. Юданова.

Теоретическую и методологическую основу данной работы составили исследования в области математической экономики, методов оптимизации и математической теории оптимального управления, теории игр и теории отраслевых рынков, экономики знаний, теории инноваций и научно-технического прогресса, неоинституциональной экономики и теории прав собственности.

Модели сотрудничества и конкуренции разработчиков программного обеспечения с производителями аппаратного обеспечения представляют собой кооперативные непрерывные игры. В этих моделях найдены ситуации равновесия (Нэша, Курно, Штакельберга) либо доказано их отсутствие.

Динамическая модель смешанной дуополии производителей коммерческого и некоммерческого программного обеспечения является обобщением модели Касадесуса-Масанелла — Гемавата. В предположении линейного роста

рынка, наличия теневого распространения нелегальных копий и ненулевых издержек по обеспечению технической поддержки методами теории оптимального управления определены оптимальные ценовые стратегии производителя коммерческого программного обеспечения, а также условия сосуществования коммерческого и некоммерческого программных продуктов на рынке и вытеснения одним конкурентом другого.

Модель взаимодействия производителей и пользователей коммерческого программного обеспечения в условиях существования рынка нелегальных (пиратских) копий представляет собой биматричную игру, в которой найдено решение Нэша.

Модель открытого распространения части программного продукта и модель производства программного обеспечения как услуги представляют собой задачи нелинейной оптимизации, в которых найдены оптимальные решения.

Теоретико-игровая модель стратегических решений производителей аппаратного и программного обеспечения о выпуске новых версий представляет собой многошаговую биматричную игру, в которой найдены ситуации, оптимальные по Парето.

Для реализации статистического анализа рынка программного обеспечения использовался пакет *Microsoft Excel*.

Большинство построенных моделей являются «мягкими» в том смысле, что полученные с их помощью результаты носят общий характер при довольно широких классах используемых функций.

Информационную базу исследования составили данные о рынке программного обеспечения и его участниках, опубликованные в открытой печати, в том числе на официальных сайтах исследовательских компаний *Gartner* и *IDC*, альянса *BSA*, а также производителей и распространителей программного и аппаратного обеспечения.

Научная новизна работы заключается в разработке и исследовании комплекса экономико-математических моделей поведения участников рынка программного обеспечения с учетом не только известных свойств программных

продуктов как интеллектуальных товаров, но также свойств программного обеспечения, отличающих его от других интеллектуальных товаров, и получении с помощью построенных моделей конкретных практических выводов о динамике конкуренции, конкурентном равновесии и оптимальных стратегиях поведения участников рынка программного обеспечения.

В книге представлены следующие новые научные результаты:

- выявлены основные свойства программных продуктов, выделяющие их среди других интеллектуальных товаров и определяющие инновационные модели бизнеса на рынке программного обеспечения; помимо нематериальности, идемпотентности и наличия института защиты авторских прав, которые присущи любым интеллектуальным товарам, важнейшими свойствами программного обеспечения являются невозможность его использования без комплементарного материального продукта — аппаратного обеспечения — и способность программного обеспечения выступать в качестве интеллектуального средства труда;
- в отличие от известных моделей взаимодействия монопольного разработчика коммерческого программного обеспечения с монопольным производителем аппаратного обеспечения, а также монопольного разработчика коммерческого программного обеспечения с двумя конкурирующими производителями аппаратного обеспечения, в моделях, представленных в работе, рассмотрено предложение двух типов аппаратного обеспечения, коммерческого программного обеспечения, его пиратских копий и некоммерческих аналогов, с помощью построенных моделей определено равновесное разделение рынка программного обеспечения между пользователями лицензионных копий коммерческих программных продуктов, их пиратских копий и некоммерческих заменителей, равновесные значения цен всех продуктов и прибыли всех участников рынка;
- в отличие от известных моделей оценки ущерба от пиратства на рынке коммерческих программных про-

дуктов и их пиратских копий, предлагаемых независимо от аппаратного обеспечения, в данной работе построена модель рынка композитных продуктов, состоящих из аппаратного и программного обеспечения, на котором предлагаются два типа аппаратного обеспечения, коммерческое и некоммерческое программное обеспечение, и проведено сравнение равновесных объемов рынка, цен продуктов и прибыли производителей при наличии и отсутствии предложения пиратских копий коммерческого программного обеспечения, позволившее установить, что пиратство приводит к снижению равновесных цен аппаратного обеспечения и коммерческого программного обеспечения, увеличению числа их пользователей, увеличению прибыли разработчика коммерческого программного обеспечения и снижению прибыли производителей аппаратного обеспечения;

- в отличие от известных моделей в которых ценовой лидер может обеспечить себе существенно более высокую, чем в равновесии Курно, прибыль при одновременном снижении прибыли ведомого, в данной работе показано, что на рынке двух типов аппаратного обеспечения, коммерческого и некоммерческого программного обеспечения применение стратегии ценового лидерства производителем более дорогого аппаратного обеспечения не приводит к существенным изменениям прибыли участников рынка, применение стратегии ценового лидерства производителем более дешевого аппаратного обеспечения приводит к уменьшению его прибыли по сравнению с тем, как если бы он выступал ведомым, а производитель коммерческого программного обеспечения не может выступать ценовым лидером, поскольку функции реакции обоих производителей аппаратного обеспечения не зависят от цены коммерческого программного обеспечения;
- с помощью разработанной динамической модели смешанной дуополии производителей коммерческого и некоммерческого программного обеспечения с учетом линейного роста рынка показано, что в отличие от из-

вестных результатов (состоящих в том, что некоммерческий программный продукт ни при каких условиях не может вытеснить с рынка коммерческий продукт и может сосуществовать на рынке одновременно с аналогичным коммерческим продуктом тогда и только тогда, когда склонность пользователей к обучению некоммерческому продукту достаточно высока), при достаточно большой доле пиратства или достаточно больших издержках по оказанию технической поддержки коммерческий продукт может покинуть рынок независимо от ценовой стратегии его разработчика;

- в отличие от известных моделей поведения производителей программного обеспечения, пользователей и пиратов независимо друг от друга и моделей взаимодействия производителей программного обеспечения либо государства с пиратами, позволяющих рассмотреть предложение пиратских копий программных продуктов как механизм ценовой дискриминации, определить условия выгоды незаконного копирования программных продуктов, а также оценить ущерб, наносимый пиратством, предложенная в работе модель взаимодействия производителя коммерческого программного обеспечения с пользователями в условиях существования рынка пиратских копий позволяет экономически обосновать нерациональность проведения разработчиком коммерческого программного обеспечения проверок легальности использования программных продуктов;
- построенная в работе модель принятия производителем программного обеспечения стратегических решений по открытому распространению части продуктов, состоящих из ядра, расширений и дополнительных услуг, отличающаяся от известных моделей, в которых предполагается, что весь программный продукт может распространяться либо в закрытом виде на коммерческой основе, либо в открытом виде на некоммерческой основе, позволила доказать нерациональность распространения полностью закрытого продукта даже на монопольном рынке, а также сформулиро-

вать правила выбора оптимального способа распространения программных продуктов при различных соотношениях между уровнем зависимости спроса на расширения от инновационной активности их пользователей и уровнем дополнительного сервиса;

- в отличие от известных моделей, предполагающих, что производитель программного обеспечения может получать доходы либо от распространения платного продукта, свободного от рекламы, либо от размещения рекламы в бесплатном продукте, с помощью предложенной модели распространения программного обеспечения как услуги, учитывающей также возможности размещения рекламы в платном продукте и одновременного предложения платного и бесплатного продуктов, обоснована неэффективность распространения только платных программных продуктов (как без размещения рекламы, так и с ее размещением), а также сформулированы правила выбора оптимального способа распространения программных продуктов в зависимости от их потребительской ценности и цены рекламного показа;
- в отличие от существующих моделей смены технологий, в которых рассматривается рынок одного постоянно улучшаемого продукта, в данной работе построена многошаговая модель, в которой на каждом шаге и производитель аппаратного обеспечения, и разработчик комплементарного программного обеспечения могут принять или не принять решение о выпуске нового поколения своих продуктов; с помощью разработанной модели доказано, что оптимальные моменты выпуска новых версий программного обеспечения не всегда совпадают с оптимальными моментами выпуска новых поколений аппаратного обеспечения.

Достоверность результатов исследования обеспечивается их получением путем построения экономически обоснованных математических моделей и корректного использования математических методов при исследовании этих моделей. Основные положения работы сформулированы в виде утверждений и доказаны. Результаты соответст-

вуют статистическим данным, частные случаи совпадают с наблюдениями и известными результатами.

Разработанные статические и динамические математические модели расширяют понимание закономерностей взаимодействия участников рынка программного обеспечения и других рынков интеллектуальной продукции, развивают область математического моделирования рынка программного обеспечения и других рынков, специфичных для экономики знаний.

Полученные результаты могут быть использованы:

- предприятиями — участниками рынка программного обеспечения при принятии решений о входе на рынок, выборе модели бизнеса и способа использования авторских прав на программные продукты, ценообразовании, выходе с рынка, анализе ущерба, наносимого пиратами, и т. п.;
- государственными органами, регулирующими рынки интеллектуальных товаров, при принятии соответствующих решений;
- консалтинговыми компаниями в процессе консультирования участников рынка программного обеспечения;
- научными организациями при разработке экономико-математических моделей рынков интеллектуальных товаров;
- учебными заведениями при подготовке и переподготовке кадров для экономики знаний.

ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЫНКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

§ 1.1. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КАК ТОВАР

Виды программного обеспечения

Действующий ГОСТ 19781—90 «Обеспечение систем обработки информации программное. Термины и определения» [26] определяет *программу* как «данные, предназначенные для управления конкретными компонентами системы обработки информации в целях реализации определенного алгоритма», а *программное обеспечение* — как «совокупность программ системы обработки информации и программных документов, необходимых для эксплуатации этих программ». При этом **по назначению** выделяются *прикладные программы* — «предназначенные для решения задачи или класса задач в определенной области применения системы обработки информации» и *системные программы* — «предназначенные для поддержания работоспособности системы обработки информации или повышения эффективности ее использования в процессе выполнения прикладных программ».

Согласно ст. 1261 ч. 4 Гражданского кодекса Российской Федерации [28], «*программой для ЭВМ* является представленная в объективной форме совокупность данных и команд, предназначенных для функционирования ЭВМ и других компьютерных устройств в целях получения опре-

деленного результата, включая подготовительные материалы, полученные в ходе разработки программы для ЭВМ, и порождаемые ею аудиовизуальные отображения».

Аналогично понятия «программа» и «программное обеспечение» определяются в стандартах и законодательстве других стран.

Под *аппаратным обеспечением* понимаются электронные и / или механические части вычислительного устройства, а под системой обработки информации — само вычислительное устройство (компьютера, вычислительной системы или сети) как совокупность аппаратного и программного обеспечения.

К системному программному обеспечению относится то, без которого функционирование вычислительного устройства невозможно. Как правило, в состав системного программного обеспечения входят:

- *операционная система* (комплекс программ, организующих взаимодействие пользователей с системой обработки информации, служащих интерфейсом между элементами вычислительного устройства и прикладными программами, а также программ, предназначенных для управления устройствами, вычислительными процессами, эффективного распределения вычислительных ресурсов между вычислительными процессами и организации надежных вычислений);
- *загрузчик операционной системы* (программа, обеспечивающая загрузку операционной системы непосредственно после включения компьютера);
- *драйверы устройств* (программы, предназначенные для управления работой периферийных устройств);
- *программные кодеки* (программы для преобразования данных или сигналов);
- *утилиты и оболочки* (программы, выполняющие узкий круг специфических задач и расширяющие стандартные возможности оборудования и операционной системы).

Различные пользователи используют разное прикладное программное обеспечение, в состав ко-

того могут входить приложения горизонтальной и вертикальной сферы.

Приложения горизонтальной сферы — это средства, независимые от конкретной области применения:

- офисные приложения (текстовые редакторы, табличные процессоры, редакторы презентаций);
- системы управления ресурсами предприятия (*Enterprise Resource Planning, ERP*),
- системы управления взаимоотношениями с клиентами (*Customer Relationship Management, CRM*), системы автоматизации бухгалтерского учета, системы управления проектами, системы автоматизации документооборота, системы управления архивами документов, корпоративные сайты и порталы);
- системы управления цепочками поставок (*Supply Chain Management, SCM*);
- системы бизнес-аналитики (*Business Intelligence, BI*);
- системы автоматизации бухгалтерского учета;
- системы автоматизации документооборота и др.

Приложения вертикальной сферы — это специализированные средства для конкретной области применения:

- информационные системы торговых компаний;
- билинговые системы операторов связи;
- автоматизированные банковские системы и др.

Отдельно от системного и прикладного выделяется инструментальное программное обеспечение, к которому относятся средства и среды разработки программного обеспечения, а также системы управления базами данных.

Классифицируя программное обеспечение **по способам его распространения**, прежде всего, следует выделить распространяемое на возмездной и безвозмездной основе.

Нужно также выделить программное обеспечение, приобретаемое легально (у правообладателя) и пиратским путем (без ведома правообладателя).

При этом возможны различные комбинации: программные продукты могут приобретаться легально и воз-

мездно, легально и безвозмездно, пиратским путем на возмездной основе, пиратским путем на безвозмездной основе.

Далее следует выделить программное обеспечение, передаваемое пользователям, и программное обеспечение, доступное на серверах владельцев.

Например, традиционно считалось, что единственный способ распространения операционных систем — это их установка на компьютеры пользователей. Однако пример виртуальной операционной системы *Ghost* демонстрирует возможность предложения пользователям доступа к функциям операционной системы как к услугам, предоставляемым разработчиком через веб-сервер.

Если программное обеспечение передается пользователям, то важна также форма передачи: на правах собственности или аренды.

Наконец, отметим, что программное обеспечение различается по степени устаревания и обновления. Обычно разработчики программного обеспечения постоянно занимаются улучшением потребительских качеств программных продуктов и регулярно выпускают новые версии и обновления.

Для одних видов программного обеспечения (операционных систем, офисных пакетов и др.) новые версии представляют собой самостоятельные продукты, которые могут быть приобретены сами по себе, но в целях ценовой дискриминации производители предлагают пользователям переход на новую версию (*upgrade*) по сниженной цене по сравнению с покупкой новой версии как самостоятельного продукта.

Использование других видов программных продуктов (антивирусов, систем автоматизации бухгалтерского учета и др.) бессмысленно без постоянного обновления (*update*), поэтому, как правило, разработчики предлагают пользователям подписки на обновления в течение определенного срока.

Программное обеспечение как интеллектуальный товар

В 1962 г. Ф. Махлуп в своей книге [91] (см. также [88, 89, 90]) ввел термин «экономика знаний», рассмотрев знание как продукт, который может быть и публичным, и частным благом (до появления этой книги знания, если и рассматривались в экономике, то только как публичные блага).

Именно таким продуктом — знанием — является программное обеспечение.

В современной трактовке В. Л. Макарова и Г. Б. Клейнера *капитал* — это «результат социальной оценки ограниченного, допускающего накопление, ликвидного, воспроизводимого ресурса, способного приносить новую (добавочную) стоимость» [76].

Л. Эдвинсон и М. Мэлон определили в 1997 г. *интеллектуальный капитал* как знание, которое может быть преобразовано в стоимость [192].

Под *экономикой знаний* сейчас понимают обычно «экономику, которая создает, распространяет и использует знания для ускорения собственного роста и конкурентоспособности» [42].

На формирование и функционирование рынка знаний влияют определенные особенности, принципиально отличающие знания (как интеллектуальные товары) от других товаров:

- нематериальность;
- идемпотентность;
- наличие (или отсутствие) института защиты авторских прав.

Нематериальность знаний означает их физическую неосвязаемость, которая влечет за собой сложность в оценке себестоимости разработки таких товаров.

Идемпотентность понимается в алгебраическом смысле: два одинаковых интеллектуальных товара полностью эквивалентны одному такому товару, т. е. знание, будучи однажды создано, может, не теряя своих свойств, ис-

пользоваться многократно (бесконечно много раз) одним или многими потребителями (и не исчезать в процессе потребления в отличие от традиционных товаров).

В приложении к товарам рынка программного обеспечения это означает возможность установки неограниченного числа копий одного и того же программного продукта на различные компьютеры.

При этом стоимость копирования программного обеспечения бесконечно мала по сравнению со стоимостью его разработки, что приводит к эффекту возрастания отдачи от масштаба распространения.

Другим следствием нематериальности и идемпотентности является возможность несанкционированного копирования и распространения интеллектуальных товаров без ведома их создателя.

Как отмечают В. Л. Макаров и Г. Б. Клейнер [76], в традиционной экономике «тиражирование стандартной продукции в нужном для удовлетворения потребностей количестве — основной процесс, обеспечивающий существование общества и человека».

Тиражирование продукции на рынке программного обеспечения производится практически без материальных затрат — в отличие от создания новых продуктов. Себестоимость записи программы на компакт-диск достаточно мала, а себестоимость распространения копии продукта через интернет еще меньше.

В связи с этим исчисление себестоимости на рынке программного обеспечения имеет особенность, состоящую в невозможности разнесения издержек по экземплярам продукции.

Переменные издержки, таким образом, на рынке программного обеспечения близки к нулю, а себестоимость практически совпадает с постоянными издержками по созданию нового продукта.

Наконец, следует отметить, что идемпотентность влечет за собой отсутствие редкости, и таким образом любое знание представляет собой общественное благо.

Но у любого знания есть автор, поэтому знание является одновременно и частным благом.

Институт защиты авторских прав гарантирует, что интеллектуальный товар можно купить только у правообладателя (производителя).

Такой институт может наличествовать или отсутствовать на конкретных рынках знаний. Здесь можно вспомнить, как еще относительно недавно многие страны открыто поощряли (а некоторые поощряют и в наши дни) копирование идей и технологий, созданных в других странах.

Сейчас в большинстве стран мира несанкционированное распространение и использование программных продуктов называется *компьютерным пиратством* и преследуется по закону. Несмотря на это, например, в 2009 г. 43% всего программного обеспечения в мире являлось пиратским (т. е. использовалось без ведома его разработчиков), в России этот показатель составил 67%, в Западной Европе 34%, в США 20%, в Китае 79% (по данным компании IDC [117]; более подробное обсуждение статистики пиратства приводится в параграфе 1.3).

Резюмируя, отметим, что программное обеспечение, являясь интеллектуальным товаром, нематериально и идемпотентно, а его распространение существенно зависит от реализации института защиты авторских прав в конкретном обществе. Вместе с тем, есть и особенности, отличающие программное обеспечение от других интеллектуальных товаров.

Отличия программного обеспечения от других интеллектуальных товаров

Основное отличие программного обеспечения от других интеллектуальных товаров — литературных текстов, музыкальных записей, видеофильмов и др. — состоит в том, что программное обеспечение является не просто экономическим благом, оно может входить в интеллектуальный капитал организаций, являясь интеллектуальным средством труда.

Справедливость данного утверждения по отношению к деловому программному обеспечению (операционным системам, офисным пакетам, корпоративным информационным системам и т. п.) не вызывает сомнений.

В качестве обоснования того, что и развлекательное программное обеспечение (прежде всего, компьютерные игры) может составлять интеллектуальный капитал, можно привести пример онлайн-ролевых игр (*online role playing games*), предусматривающих участие многих пользователей, управляющих виртуальными персонажами и нацеленными на достижение определенных игровых целей — так называемых квестов (*quests*). При этом успех в достижении целей определяется, в частности, приобретенным игроками виртуальным оборудованием, так называемыми игровыми ценностями — «одеждой», «доспехами», «магической силой», и большинство из таких виртуальных предметов имеет вполне реальную денежную стоимость и продается в специализированных разделах игр, как на традиционных товарных рынках — организаторы игры и игроки имеют возможность продавать и покупать виртуальные предметы.

Программное обеспечение такой онлайн-ролевой игры, безусловно, является интеллектуальным средством труда, создавая новую стоимость: после разработки проекта издержки производителя сводятся к выпуску обновлений и поддержке серверов, а доходы растут с увеличением количества пользователей, которое в популярных играх может достигать нескольких миллионов человек. Во многих случаях программное обеспечение и ресурсы серверов предоставляются как бесплатные услуги, а прибыль разработчики получают от продажи игровых ценностей. Себестоимость этих виртуальных товаров, очевидно, равна нулю, а их большие объемы продаж достигаются путем грамотного проектирования сценариев игры с учетом психологических особенностей игроков.

Для участников игра также является интеллектуальным капиталом: умелые игроки зарабатывают, получая игровые ценности за успешное достижение определенных игровых целей и затем спекулируя этими виртуальными товарами.

Кроме того, потребительская ценность других интеллектуальных товаров заключена, в первую очередь, в их содержании, а не в форме. Например, литературное произведение имеет для потребителей приблизительно одинаковую ценность независимо от того, предлагается ли оно в форме печатной книги, электронной книги, или же в форме воспроизведения текста в радиопередаче; ценность художественного фильма примерно одинакова для потребителей, посмотревших его трансляцию по телевидению, воспроизводящих его запись на собственном видеоплеере и побывавших на его показе в кинотеатре. То же самое можно сказать и про музыкальные произведения: получить удовольствие можно как от прослушивания песни, которая воспроизводится на музыкальном центре, так и от самостоятельного ее исполнения по нотам.

В этом отношении программное обеспечение от других интеллектуальных товаров существенно отличается. Оно является комплементарным товаром к аппаратному обеспечению и не может быть использовано без аппаратного обеспечения.

Помимо этого, важна форма представления программного продукта, например, распечатка его двоичного машинного кода на бумажном носителе или чтение машинного кода вслух не несет никакой ценности для потребителей в отличие от представления этого продукта в электронной форме. Аудио- и видеозаписи, литературные произведения и многие другие интеллектуальные товары отличаются в этом отношении от программного обеспечения: например, прослушав аудиозапись песни, можно спеть ее и донести ее ценность до других людей.

§ 1.2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Традиционные формы распространения программного обеспечения

А. Н. Козырев в работе [54] позиционирует рынок программного обеспечения как «рынок лицензий, основанных на авторском праве».

На сегодняшний день существуют следующие **традиционные инструменты распространения коммерческого программного обеспечения:**

- *традиционные лицензионные договоры*, заключаемые в письменной форме и предусматривающие *п а у ш а л ь н ы й п л а т е ж* и периодическую *в ы п л а т у р о я л т и*;
- *коробочные (или оберточные) лицензии*, напечатанные на упаковке продукта (или размещенные на сайте, с которого пользователи скачивают продукт), представляющие собой разновидность договора *о ф е р т ы* (к которой покупатель присоединяется, вскрыв упаковку или завершив скачивание копии продукта с сайта); этот вид лицензий был введен в практику в 70-х гг. XX в. корпорацией *Microsoft*, и получил наиболее широкое распространение в связи с отсутствием необходимости в переговорах о цене лицензии в процессе торговли, что создает определенные психологические удобства как для производителя, так и для потребителя (подробнее см. [54]);
- *договоры аренды*, по которым программное обеспечение остается в собственности производителя, а потребитель получает право пользования программным продуктом в течение оговоренного срока;
- *подписки на обновления*, когда потребитель приобретает право пользования *п о с т о я н н о р а з в и в а ю щ и м с я* программным продуктом, а также право на периодическое получение очередных версий и обновлений продукта; такой способ наиболее удобен

для распространения антивирусов, бухгалтерских пакетов, а также справочных правовых систем.

Следует отметить, что лицензии, подписки на обновления и договоры аренды программного обеспечения могут быть бессрочными, а могут иметь определенный срок действия.

При этом часть программных продуктов — так называемое *предустановленное программное обеспечение* — продается вместе с аппаратным обеспечением (как правило, таким способом распространяется системное программное обеспечение). Другая часть программных продуктов приобретается пользователями дополнительно.

Довольно давно применяются еще две формы распространения программного обеспечения:

- *частично бесплатное программное обеспечение (Partially Freeware)* — такая форма предполагает, что часть пользователей, например, студенты и школьники, могут пользоваться продуктом бесплатно, а остальные пользователи обязаны приобретать лицензии на возмездной основе;
- *условно бесплатное программное обеспечение (Shareware)* — когда пользователю предлагается версия продукта, ограниченная по возможностям (неполнофункциональная или демонстрационная версия), сроку действия (пробная версия) или версия со встроенным напоминанием о необходимости оплаты использования программы, и пользователь имеет возможность перейти к использованию полной версии после платной регистрации.

Кроме того, некоторые программные продукты (драйверы устройств, веб-браузеры и др.) традиционно распространяются бесплатно.

Пиратство на рынке программного обеспечения

До появления персональных компьютеров проблема *компьютерного пиратства*, т.е. распространения копий

программ без ведома разработчика и без выплаты ему вознаграждения, не стояла, поскольку, как правило, системные программы входили в стоимость аппаратного обеспечения и продавались вместе с ним, а прикладное программное обеспечение разрабатывалось на заказ по индивидуальным проектам.

Массовое производство и распространение мэйнфреймов (*IBM System/360* за рубежом и ЕС ЭВМ в нашей стране), а затем персональных компьютеров привело к появлению большого числа пользователей, не располагающих бюджетами для разработки программного обеспечения по индивидуальным проектам, но при этом предъявляющих к программному обеспечению схожие требования и готовых к приобретению массовых стандартных программных продуктов. В результате разработчики программного обеспечения в существенной степени потеряли контроль над его распространением ввиду большого числа пользователей. Прогресс в технологиях передачи данных, появление высокоскоростных каналов связи и глобализация сетей передачи данных существенно расширили возможности пользователей по обмену программами и расширили масштабы незаконной передачи копий программ — компьютерного пиратства.

Инновационные формы распространения программного обеспечения

Термин «инновация» был введен Й. Шумпетером в 30-х гг. XX в. [191] для обозначения любых изменений с целью внедрения и использования новых товаров, рынков и форм организации компаний.

П. Друкер в 1985 г. отметил: «Суть последовательной инновационной деятельности состоит в целенаправленном и организованном поиске перемен, а также последовательном анализе тех возможностей для экономических и социальных нововведений, которые несут эти перемены» [40].

Современный *Экономико-математический энциклопедический словарь* определяет *инновации* как «ново-

введения, результаты творческой деятельности, направленные на разработку, создание и распространение новых видов изделий, технологий и материалов, внедрение новых организационных форм производства и управления» [197].

Принципиальная возможность приобретения пиратских копий программных продуктов влечет за собой несоответствие деятельности производителя коммерческого программного обеспечения целям его функционирования: производитель вынужден изобличать незаконных пользователей и привлекать их к ответственности, на что приходится отвлекать от основной деятельности — производства программного обеспечения — довольно значительные ресурсы (либо мириться с нелегальным использованием программ).

Как отмечает П. Друкер, любое несоответствие является потенциальным источником инновации [40]. Результатом отмеченного несоответствия стало появление на рынке программного обеспечения инновационных форм распространения продукции:

- свободного программного обеспечения;
- программного обеспечения с открытым кодом;
- программного обеспечения как услуги.

Согласно определению основателя Фонда свободного программного обеспечения (*Free Software Foundation*) Р. Столлмана, «*Free software is software that gives the user the freedom to share, study and modify it*» [127], т. е. программное обеспечение называется *свободным*, если пользователь обладает тремя свободами:

- распространять программное обеспечение;
- изучать, как оно устроено;
- изменять его.

Те же самые свободы предполагает и движение открытого кода (*Open Source Software*), однако это движение считает коммерческое распространение программного обеспечения не оптимальным решением, тогда как Фонд свободного программного обеспечения считает бесплатное программное обеспечение социальной проблемой.

В данной работе под *некоммерческим программным обеспечением* понимается и программное обеспечение с открытым кодом, и свободное программное обеспечение.

Предполагается, что любой желающий может безвозмездно скопировать себе некоммерческий программный продукт и использовать его, в том числе, в целях извлечения коммерческой выгоды.

При этом продукт является общественным благом, он распространяется открыто (т. е. с открытыми исходными кодами) и в его создании может принять участие любой член общества, что дает больше возможностей для развития продукта, чем в случае, когда он создается узким коллективом отдельной фирмы.

В числе мотивов участия в разработке таких проектов — не только моральные, но и материальные, ведь продукт можно распространять бесплатно, а услуги по его настройке, сопровождению и технической поддержке продавать, при этом не нужно нести издержки по обеспечению авторских прав (т. е. защите от пиратского копирования).

На сегодняшний день наиболее ярким представителем некоммерческого программного обеспечения является операционная система *Linux*.

Кроме того, следует отметить офисный пакет *OpenOffice*, браузер *Firefox*, серверы баз данных *MySQL* и *Firebird*, веб-сервер *Apache*, почтовую систему *Sendmail*, препроцессор гипертекста *PHP*, а также язык скриптов *PERL* и набор библиотек *Boost C++* и др.

Институциональной основой программного обеспечения с открытым кодом является *открытое лицензионное соглашение GNU (GNU General Public License, GNU GPL)*, разработанное Фондом свободного программного обеспечения в рамках проекта *GNU (GNU's Not UNIX — «GNU — не UNIX!»)* в 1988 г. Оно вводит термин «*копилефт*» (*copyleft*), подразумевая, в отличие от «*копирайта*» (*copyright*), что программное обеспечение, защищенное открытым лицензионным соглашением *GNU*, может быть бесплатно использовано, изучено и изменено, но измененный продукт должен распространяться на тех же условиях *GNU GPL*, и его исходный код не может быть «закрит».

Программное обеспечение как услуга (Software as a Service, SaaS) — это такая форма распространения программного обеспечения, при которой поставщик разрабатывает веб-приложение и самостоятельно управляет им, предоставляя заказчикам доступ к программному обеспечению через интернет. Основные преимущества данной модели для разработчиков таковы:

- разработчики не несут потерь, связанных с неправомерным использованием нелицензионного (пиратского) программного обеспечения, поскольку само программное обеспечение не попадает к конечным заказчикам;
- кроме того, данная форма распространения продуктов позволяет уменьшить издержки разработчиков по развертыванию систем технической и консультационной поддержки (хотя и не исключает их полностью).

Пользователи также получают преимущества при использовании разработчиками программного обеспечения данной формы его распространения:

- во-первых, пользователи не несут издержек по установке, обновлению, поддержке работоспособности оборудования и работающего на нем программного обеспечения;
- во-вторых, поскольку заказчики платят не за владение программным обеспечением как таковым, а за его аренду (т. е. использование через веб-интерфейс), то в отличие от классической схемы приобретения лицензий на право пользования программным обеспечением, заказчики несут меньшие периодические затраты, и им не требуется инвестировать значительные средства в приобретение программного обеспечения и аппаратной платформы, их развертывание и последующее поддержание работоспособности;
- в-третьих, используемая обычно при таком способе распространения программного обеспечения схема периодической оплаты предполагает, что если необходимость в программном обеспечении временно от-

существует, то заказчик может приостановить его использование и заморозить выплаты разработчику.

В последние годы в дополнение к широко распространенным сервисам поставщиков программного обеспечения (поисковых сервисов *Google*, *Yandex* и др., почтовых сервисов *gmail.com*, *mail.ru* и др.) все большую популярность приобретают два частных случая данной модели бизнеса: облачные вычисления и грид-вычисления.

Облачные вычисления (Cloud Computing) — технология распределенной обработки данных, которая предполагает предоставление компьютерных ресурсов пользователям как интернет-сервис, при этом вся информация постоянно хранится на серверах в интернете и временно кэшируется на клиентской стороне, например, на персональных компьютерах, игровых приставках, смартфонах и т. д.

Наиболее яркими реализованными примерами такой модели бизнеса можно назвать виртуальную операционную систему *Ghost*; систему коллективной работы *Google Apps* — аналог офисного пакета *Microsoft Office*; систему управления задачами «Мегаплан»; CRM-системы *Microsoft Dynamics CRM Live*, *NetSuite CRM*, *Oracle CRM On Demand*, *SugarCRM*; ERP-системы *ADempiere*, *Compiere*, *DigitCITY*, *OpenERP*; спутниковый мониторинг транспорта *Wialon* и др.

Грид-вычисления (Grid Computing) — такая форма распределенных вычислений, в которой виртуальный суперкомпьютер представлен в виде кластера соединенных с помощью сети компьютеров, работающих вместе для выполнения большого количества операций.

Грид-вычисления реально применяются, в основном, в серьезных научных проектах: с их помощью осуществляется моделирование и обработка данных в экспериментах на Большом адронном коллайдере, в ряде проектов, связанных с управляемым термоядерным синтезом, и др.

Также получают распространение и гриды данных.

Рынок программного обеспечения

В экономической теории под *рынком* традиционно понимается совокупность экономических отношений, основанных на взаимном согласии, эквивалентности и конкуренции, между экономическими агентами (*субъектами рынка*) по поводу движения товаров, услуг и денег.

Субъектами рынка программного обеспечения являются:

- *разработчики* программного обеспечения — продавцы;
- *пользователи* программного обеспечения — покупатели;
- *реселлеры* программного обеспечения — посредники;
- *пираты*.

Поскольку использование программного обеспечения невозможно при отсутствии аппаратного обеспечения, пользователи программного обеспечения обязательно являются и пользователями аппаратного обеспечения. В связи с этим принятие стратегических и тактических решений разработчиками и пользователями программного обеспечения происходит во взаимодействии с другими участниками рынка информационных технологий:

- производителями микропроцессоров;
- поставщиками материнских плат, накопителей, видеокарт и других элементов компьютеров;
- сборщиками компьютеров, реселлерами и системными интеграторами.

В частности, часть программного обеспечения продается предустановленным на компьютеры, часть прилагается к вычислительным устройствам, а часть — распространяется отдельно от аппаратного обеспечения.

Существует неопределенность в том, что же продается и покупается на рынке программного обеспечения.

С одной стороны, предметом торговли является услуга — предоставление неисключительных прав на использование программного обеспечения (закрепленных лицензией), с другой стороны — продается продукт — само программное обеспечение, ведь пользователь качественной нелегальной копии получает все те же функции, что и пользователь оригинальной лицензионной копии, только его издержки по приобретению выражаются не ценой покупки, а возможным штрафом за использование пиратской копии.

В данной работе объекты рынка считаются экономическими благами, без выделения конкретных аспектов, присущих продуктам и услугам.

По определению Ф. Котлера, «*сегмент рынка* состоит из потребителей, одинаково реагирующих на один и тот же набор побудительных стимулов маркетинга» [59].

Вследствие нематериальности с точки зрения пользователя программное обеспечение является продуктом длительного пользования, подверженным лишь моральному износу. Свойства нематериальности и идемпотентности программного обеспечения определяют, что пользователь приобретает программный продукт лишь один раз, и впоследствии ему можно продать (или передать) лишь новую версию продукта, предлагающую расширенные (по сравнению с предыдущей версией) функциональные возможности.

Поскольку программные продукты идемпотентны, при приобретении программного обеспечения фирмой, как правило, одним и тем же продуктом пользуется сразу несколько сотрудников.

Поэтому в первую очередь рынок программного обеспечения делится на два больших сегмента:

- потребительский рынок (рынок физических лиц);
- корпоративный рынок (рынок юридических лиц).

Далее корпоративный рынок разбивается на сегмент крупного бизнеса и сегмент малого и среднего бизнеса.

С другой стороны, рынок программного обеспечения сегментируется в соответствии с назначением продуктов:

- рынок системного программного обеспечения;
- рынок инструментального программного обеспечения;

- рынок прикладного программного обеспечения (который, в свою очередь, делится на сегменты приложений горизонтальной и вертикальной сферы).

Рынок приложений горизонтальной сферы разделяется на сегменты офисных приложений, *ERP*-систем, *CRM*-систем и т. д., на рынке приложений вертикальной сферы выделяются сегменты билингвовых систем, автоматизированных банковских систем и др.

В соответствии со способами распространения товаров и услуг и их правовой основой выделяются следующие сегменты рынка программного обеспечения:

- рынок легальных программных продуктов, распространяемых на возмездной основе;
- рынок пиратских программных продуктов, распространяемых на возмездной основе;
- рынок легальных программных продуктов, распространяемых на безвозмездной основе;
- рынок пиратских программных продуктов, распространяемых на безвозмездной основе.

Еще один признак, в соответствии с которым сегментируется рынок программного обеспечения — модель бизнеса.

Модели бизнеса, стратегия и тактика на рынке программного обеспечения

Под *моделью бизнеса* в данной работе понимается логика фирмы, способ ее деятельности и способы увеличения ценности фирмы для ее владельцев.

При этом к *стратегии* относятся решения по выбору фирмой модели бизнеса, а решения по деятельности в рамках избранной модели бизнеса считаются *тактическими*.

На рынке программного обеспечения модель бизнеса определяется, в первую очередь, способом распространения продуктов:

- продажа лицензий (традиционных или коробочных);
- сдача в аренду;
- продажа подписок на обновления;

- распространение условно бесплатного программного обеспечения;
- распространение некоммерческого программного обеспечения (с открытым или закрытым исходным кодом);
- продажа или распространение программного обеспечения как услуги;
- соглашения между производителями программного и аппаратного обеспечения (например, о предварительной установке программного обеспечения на компьютеры).

Коммерческим фирмам может быть выгодно участвовать в разработке открытых продуктов (распространяемых свободно и бесплатно) — путем продажи дополнительных товаров или услуг. В качестве примеров можно привести открытую энциклопедию *Wikipedia*, открытую операционную систему *OpenSolaris* и открытый офисный пакет *OpenOffice*, распространяемые компанией *Sun* в дополнение к продаваемым серверам, и др.

Даже яркие адепты закрытой модели бизнеса на рынке программного обеспечения меняют свою позицию. Так, например, Дж. Оллчин (менеджер *Microsoft*, отвечавший за распространение операционной системы *Windows 2000*) в 2001 г. заявлял: «Свободное программное обеспечение — это разрушитель интеллектуальной собственности... Я не могу себе представить ничего хуже, чем оно <свободное программное обеспечение> для бизнеса в области информационных систем» [185]. Недавно *Microsoft* сменила курс, и уже не исключает возможности распространения и использования свободного программного обеспечения. В частности, в кооперации с *Novell* ряд технологий *Microsoft* адаптирует под свободную операционную систему *Linux* и другие открытые платформы: проект *Mono* предполагает адаптацию платформы *.NET* под операционную систему *Linux*, проект *Moonlight* состоит в разработке *Silverlight* для *Linux*, а в июле 2009 г. *Microsoft* согласилась распространять некоторые свои технологии для *Linux* на условиях открытого лицензионного соглашения *GNU GPL*,

которое позволяет любым желающим пользователям изменять исходные программные коды (конкретно, *Microsoft* передала сообществу разработчиков *Linux* 20 000 строк исходного кода драйверов на условиях *GNU GPL* — см. [63]).

Основное преимущество открытой модели бизнеса состоит в том, что такая модель предполагает создание ценности усилиями большого сообщества разработчиков. Закрытая модель бизнеса, с другой стороны, предполагает более простую форму извлечения доходов, поскольку права на интеллектуальную собственность остаются под контролем разработчика. Однако в чистом виде открытая и закрытая модели бизнеса существовать не могут: закрытая модель дает очень мало простора для инноваций, а открытая — слишком слабые возможности для извлечения прибыли.

На сегодняшний день уже многие участники медиарынка одновременно распространяют взаимодополняющие закрытые коммерческие и открытые бесплатные продукты.

Такая модель бизнеса, которую далее будем называться *гибридной*, предполагает, что разработчик выпускает открытое *ядро* (базовый модуль), а доходы получает от распространения закрытых *расширений* (модулей, дополнительных к базовому), либо продает закрытое ядро, а с помощью распространения открытых расширений, которые можно использовать только с этим ядром, увеличивает популярность базового модуля, и как следствие, количество его потребителей и прибыль от его распространения.

Гибридная модель бизнеса дает возможность соединить достоинства открытой и закрытой моделей (рис. 1.2.1).

Несмотря на высказанные аргументы в пользу гибридной модели бизнеса, на реальном медиарынке далеко не все фирмы открывают (полностью или частично) свои продукты.

Поэтому являются актуальными следующие вопросы:

- при каких условиях производитель, максимизирующий прибыль, должен применять гибридную модель?
- фирма следует этой модели, то какую часть продуктов следует открыть, а какую — оставить закрытой?
- что лучше — открыть ядро и оставить закрытыми расширения, или наоборот, сделать ядро закрытым и распространять открытые расширения?

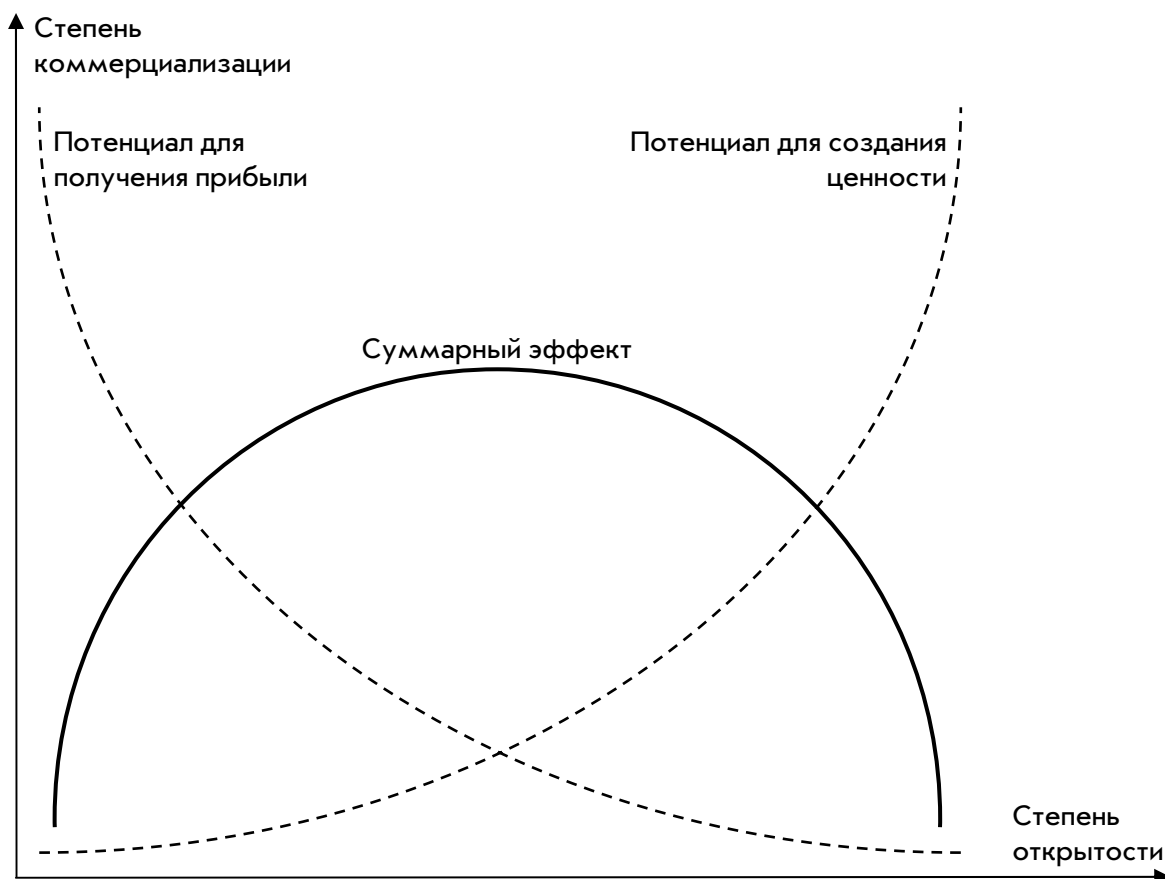


Рис. 1.2.1. Баланс между степенью открытости и степенью коммерциализации продукта в гибридной модели бизнеса

Извлечение доходов в рамках любого из указанных типов моделей бизнеса возможно путем использования одного или нескольких из следующих способов:

- получение с пользователей платы за лицензии или подписки;
- встраивание в продукты рекламы и взимание с рекламодателей платы за показы рекламы (интересно отметить, что журнальная индустрия, в которая на сегодняшний день извлекает основные доходы путем размещения рекламных объявлений, стала использовать рекламу как средство финансовой поддержки только в конце XIX в.);
- стратегическая кооперация с производителями аппаратного обеспечения, в частности, распространение предустановленного программного обеспечения и программного обеспечения, прилагаемого к вычислитель-

ным устройствам, и получение с производителей аппаратного обеспечения платы за обеспечение совместимости программных продуктов с аппаратным обеспечением и надежности программного обеспечения.

Продвижение продуктов на рынке программного обеспечения обеспечивается не только и не столько рекламой, сколько сетевыми эффектами: например, чем больше существует пользователей пакета *Microsoft Office* и создающих документы в формате «*.doc», тем больше будет спрос на текстовые процессоры, распознающие этот формат; точно так же количество разработчиков программных продуктов, работающих под управлением конкретной операционной системы растет в прямой зависимости от роста числа пользователей этой операционной системы.

Программные продукты продаются, как правило, в связке с определенным сервисом — технической поддержкой и сопровождением, хотя бы номинальным.

При этом возможны три типа моделей бизнеса:

- платный продукт с платной технической поддержкой (например, корпорация *Microsoft* предлагает легальным пользователям своих продуктов, в частности, операционной системы *Windows* и офисного пакета *Microsoft Office*, платную техническую поддержку);
- платный продукт с бесплатной технической поддержкой (по умолчанию продукты корпорации *Microsoft* продаются с минимальной бесплатной технической поддержкой — рассылкой обновлений);
- бесплатный продукт с платной технической поддержкой (так распространяется большинство версий *Linux*).

Основными тактическими решениями разработчиков программного обеспечения являются решения о ценообразовании и выпуске новых версий продуктов.

Особенности программного обеспечения как продукта серьезно влияют на процесс ценообразования. Производители, как правило, устанавливают цены на свои программные продукты, не ориентируясь ни на издержки (в связи с практическим отсутствием переменных издержек и невозможностью разнесения постоянных издержек по экземплярам про-

дукции), ни на цены конкурентов (два продукта с аналогичными функциональными возможностями могут распространяться по существенно разным ценам, например операционная система *Microsoft Windows 7* Профессиональная продается по средней цене 4000 руб. (по состоянию на 2010 г.), тогда как аналогичная по функциональным возможностям операционная система *Linux* распространяется бесплатно).

Очень распространена на рынке программного обеспечения ценовая дискриминация, когда производитель устанавливает ценовые категории для различных групп покупателей. Например, корпорация *Microsoft* не только распространяет различающиеся между собой функциональными возможностями версии «Домашняя базовая», «Домашняя расширенная», «Профессиональная» и «Максимальная» одной и той же операционной системы *Windows 7*, но также устанавливает особые цены для разных стран или отдельных категорий пользователей (например, студентов), а на корпоративном рынке предлагает крупным организациям, использующим большое число копий продуктов, лицензии по существенно сниженным ценам.

Простейшим частным случаем ценовой дискриминации является распространение частично бесплатного программного обеспечения.

Горизонтальная интеграция рынка программного обеспечения

В последние годы значительное число отраслей экономики перешло от вертикальной интеграции к горизонтальной, когда одни фирмы разрабатывают и производят компоненты, а другие фирмы в дальнейшем собирают из компонентов конечные продукты.

В горизонтально интегрированных отраслях экономики фирмы находятся друг с другом не в отношениях клиентов и традиционных поставщиков, и не в отношениях конкурентов, а во взаимоотношениях дополняющих поставщиков.

Наиболее яркие примеры такой организации демонстрирует отрасль информационных технологий, в которой есть поставщики аппаратных комплектующих (процессоров, модулей памяти, материнских плат, видеокарт, мониторов, накопителей и т. п.), поставщики программного обеспечения (операционных систем, офисных пакетов и др.), и сборщики компьютеров, поставляющие на рынок готовые сервера и рабочие станции (как правило, с предустановленным программным обеспечением).

Производителями микропроцессоров могут быть *Intel* или *AMD*, сборщиками компонентов — *ASUS*, *Dell*, *Hewlett Packard*, *IBM* и др., на одни и те же компьютеры может устанавливаться одна из двух операционных систем — *Microsoft Windows* или *Linux*, и под управлением различных операционных систем могут работать различные прикладные программы (например, офисные пакеты *Microsoft Office* и *OpenOffice*).

Аналогичные взаимоотношения дополняющих поставщиков возникают во многих других отраслях:

- в телекоммуникациях (между поставщиками электронных устройств и провайдерами);
- в здравоохранении (между поставщиками лекарственных препаратов и медицинскими учреждениями);
- на транспорте (между поставщиками транспортных средств, запасных частей и топлива) и др.

Горизонтальная интеграция отрасли информационных технологий связана с введением корпорацией *IBM* стандарта открытой архитектуры персональных компьютеров (*IBM PC*) в 1980 г. В итоге произошла глубокая специализация игроков рынка — и производителей комплектующих, и сборщиков, и разработчиков программного обеспечения.

В частности, решение *IBM* о выборе *Intel* и *Microsoft* в качестве производителей процессоров и операционных систем — ключевых компонентов персональных компьютеров — привело к тому, что *Intel* и *Microsoft* уже почти 30 лет занимают доминирующее положение на рынке персональ-

ных компьютеров (в отличие от *IBM*, утратившей свои стратегические позиции на этом рынке).

По данным работы Р. Касадесуса-Масанелла и Д. Йоффе [48], в 2007 г. более 80% рабочих станций и персональных компьютеров во всем мире были произведены на базе процессоров *Intel* и продавались с предустановленной операционной системой *Microsoft Windows*. При этом на рынке достаточно много производителей остальных компонентов компьютеров (материнских плат, модулей памяти, накопителей, мониторов и т. п.).

Как демонстрируют Д. Йоффе, Р. Касадесус-Масанелл и С. Матту [44], суммарная прибыль корпораций *Intel* и *Microsoft* в течение большинства 1990-х гг. превышала суммарную прибыль всех других компаний, участвующих на рынке компьютеров.

В 2004 г. суммарная чистая прибыль *Intel* и *Microsoft* составила более 15 млрд. долл., тогда как суммарная прибыль трех крупнейших сборщиков компьютеров (*Dell*, *Hewlett-Packard* и *IBM*) оказалась равна примерно 2,5 млрд. долл. Корпорация *IBM* потеряла более 1 млрд. долл. в 1998 г. и около 1 млрд. долл. за 2001—2004 гг. Только компания *Dell* показывала в последние годы положительную прибыль от производства компьютеров. (Более подробные данные о динамике рынка можно найти в работе [44].)

Это дает основания считать *Microsoft* и *Intel* основными игроками рынка информационных технологий, оказывающими непосредственное влияние на цену конечного продукта (в отличие от производителей других компонентов).

§ 1.3. СТАТИСТИКА РЫНКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Статистика моделей распространения программного обеспечения

По данным компании *IDC* [117] коммерческое программное обеспечение в 2009 г. занимало 35—45% рынка (в

разных странах), некоммерческое программное обеспечение — 12—22% рынка, оставшиеся 43% рынка были заняты пиратскими копиями коммерческого программного обеспечения.

На облачные вычисления в 2009 г. приходилось менее 1% от общего числа расходов на информационные технологии, а на программное обеспечение, распространяемое в форме услуг, — 5% или 13 млрд. долл. При этом рост расходов на программное обеспечение, распространяемое в форме услуг, в пять раз превышает рост рынка в целом.

В табл. 1.3.1, составленной по данным компании *IDC* [117], приводятся сведения о динамике разделения рынка операционных систем между конкурентами в 1994—2003 гг. (в %).

Табл. 1.3.2 содержит результаты корреляционного анализа динамики разделения рынка операционных систем между конкурентами в 1994—2003 гг., проведенного в работе [195] (по данным табл. 1.2.2). Рассчитанный уровень значимости всех оценок существенно меньше 0,01.

Результаты корреляционного анализа демонстрируют, что доли рынка, занимаемые операционными системами *Windows* и *Linux*, находятся между собой в сильной прямой корреляционной зависимости, и при этом доли рынка, занимаемые и *Windows*, и *Linux*, находятся в сильной обратной корреляционной зависимости с долями *Novell*, *Unix* и других операционных систем.

Таблица 1.3.1

Динамика разделения рынка операционных систем между конкурентами в 1994—2003 гг. (%)

Годы	<i>Windows</i>	<i>Novell</i>	<i>Linux</i>	<i>Unix</i>	Другие
1994	7,0	39,6	0,0	28,6	11,0
1995	18,1	34,7	0,0	25,4	8,0
1996	25,6	32,1	6,5	20,1	4,5
1997	35,3	26,7	6,8	20,9	3,9
1998	38,3	22,8	15,8	18,8	1,3
1999	38,1	19,1	24,8	15,5	1,0
2000	38,5	15,0	30,0	15,0	5,0
2001	39,5	13,0	34,0	13,0	3,0
2002	40,5	12,0	36,0	12,0	2,0
2003	41,0	10,0	38,0	10,0	2,0

Таблица 1.3.2

*Матрица оценок парных коэффициентов корреляции,
рассчитанная по данным
о динамике рынка операционных систем*

	<i>Windows</i>	<i>Novell</i>	<i>Linux</i>	<i>Unix</i>	Другие
<i>Windows</i>	1,00	-0,91	0,82	-0,91	-0,92
<i>Novell</i>	-0,91	1,00	-0,98	0,98	0,77
<i>Linux</i>	0,82	-0,98	1,00	-0,96	-0,69
<i>Unix</i>	-0,91	0,98	-0,96	1,00	0,82
Другие	-0,92	0,77	-0,69	0,82	1,00

В табл. 1.3.3 приводятся данные о росте числа инсталляций операционной системы *Linux* в 1998—2008 гг., анализ которых демонстрирует среднегодовой темп прироста на уровне 10%. Спад числа инсталляций в 2002—2004 гг. объясняется кризисом интернет-компаний («дот-ком»), произошедшим в 2001 г.

Таблица 1.3.3

*Динамика роста числа инсталляций
операционной системы Linux*

Годы	Число инсталляций операционной системы <i>Linux</i> (млн. инсталляций)	Темп прироста (%)
1998	1,2	—
1999	1,9	58,33%
2000	2,1	10,53%
2001	2,1	0,00%
2002	1,9	-9,52%
2003	1,9	0,00%
2004	1,8	-5,26%
2005	2,1	16,67%
2006	2,4	14,29%
2007	2,6	8,33%
2008	2,8	7,69%

Статистика расходов потребителей и доходов производителей на рынке информационных технологий

В табл. 1.3.4 приводятся данные компании *Gartner* [116] о суммарных общемировых расходах на информационные технологии, в которых расходы на аппаратное обеспечение составляют в среднем 26,6%, расходы на программное обеспечение — 15,6%, а расходы на ИТ-услуги — 57,8%. При этом доля расходов на аппаратное обеспечение за исследуемый период снизилась на 4,1 проц. п., а по доле расходов на программное обеспечение и ИТ-услуги наблюдается противоположная динамика — повышение на 2,9 и 1,2% соответственно

Компания *IDC* [117] приводит данные о суммарных затратах пользователей операционных систем *Windows* и *Linux*, которые в 2008 г. составили соответственно 149,0 и 12,3 млрд. долл., и прогнозирует к 2013 г. рост затрат пользователей *Windows* и *Linux* соответственно до 206,0 и 35,5 млрд. долл. (что в расчете на год дает 58% и 76% соответственно).

Интересно отметить, что суммарный объем продаж персональных компьютеров в мире вырос в 2009 г. на 8,4 млрд. долл. по сравнению с 2008 г., при этом в Китае в 2009 г. продано на 21% больше компьютеров, чем в 2008 г., тогда как рост объемов продаж компьютеров за тот же период в Западной Европе, Австралии, Новой Зеландии, США, Канаде и Японии составил в среднем 2%, а в остальных странах — в среднем 4%.

Доля ноутбуков в общем числе проданных персональных компьютеров в 2009 г. выросла с 40% до 45%.

Таблица 1.3.4

*Объемы сегментов рынка информационных технологий
в 2007—2010 гг. (млрд. долл.)*

Годы	Аппаратное обеспечение	Программное обеспечение	ИТ-услуги
2007	382	178	748
2008	381	222	810
2009	333	221	777
2010	353	232	821

В табл. 1.3.5 представлены данные об объемах продаж ведущего производителя коммерческого программного обеспечения — корпорации *Microsoft* — и ведущих производителей аппаратного обеспечения — корпораций *Intel* и *AMD*, полученные из официальной финансовой отчетности этих компаний, размещенной на портале *money.msn* [114].

Анализ этих данных позволяет заключить, что в среднем объем продаж *Microsoft* в 1,29 и 9,17 раза превышает объемы продаж соответственно *Intel* и *AMD*, а объем продаж *Intel* в среднем в 7,19 раза больше, чем объем продаж *AMD*.

Таблица 1.3.5

**Объемы продаж корпораций *Microsoft*, *Intel* и *AMD*
в 2001—2010 гг. (млн. долл.)**

Годы	<i>Microsoft</i>	<i>Intel</i>	<i>AMD</i>
2001	25 296	33 726	4644
2002	28 365	26 539	3892
2003	32 187	26 764	2697
2004	36 835	30 141	3519
2005	39 788	34 209	5001
2006	44 282	38 826	5848
2007	51 122	35 382	5627
2008	60 420	38 334	5858
2009	58 437	37 586	5808
2010	62 484	35 127	5403

Статистика цен

В табл. 1.3.6, 1.3.7 приводятся сведения о ценах соответственно на различные версии операционной системы *Microsoft Windows 7* и на популярные микропроцессоры *Intel* и *AMD* в московских интернет-магазинах в 2010 г. по данным портала *price.ru* [115].

Анализ этих таблиц и экспертная оценка объемов продаж различных версий операционных систем и различных моделей микропроцессоров позволяют заключить, что в 2010 г. средняя цена операционной системы совпадала со средней ценой микропроцессора и составляла 2500 руб.

Таблица 1.3.6

Цены различных версий операционной системы *Windows 7*
в московских интернет-магазинах в 2010 г.

Версия операционной системы <i>Windows 7</i>	Цена (руб.)	
	при продаже в комплекте с новым компьютером	при продаже отдельно от компьютера
Стартовая (<i>Starter</i>)	1200	1200
Домашняя базовая (<i>Home Basic</i>)	2400	3000
Домашняя расширенная (<i>Home Premium</i>)	3000	3700
Профессиональная (<i>Professional</i>)	4000	6700
Максимальная (<i>Ultimate</i>)	6000	10 000

Таблица 1.3.7

Цены популярных микропроцессоров
в московских интернет-магазинах в 2010 г.

Производитель	Модель	Цена (руб.)
<i>Intel</i>	<i>Celeron Dual Core</i>	1200
	<i>Pentium Dual Core</i>	2000
	<i>Pentium Core 2 Duo</i>	3500
	<i>Core i3</i>	3000
	<i>Core i7</i>	10 000
<i>AMD</i>	<i>Sempron</i>	1000
	<i>Athlon II X2 64</i>	2000
	<i>Phenom II X4 64</i>	4000

При этом наблюдается применение ценовой дискриминации разработчиком операционной системы — корпорацией *Microsoft*, и производителями микропроцессоров — компаниями *Intel* и *AMD*.

Средняя цена компакт-диска с пиратской копией любой версии операционной системы *Microsoft Windows* в России в 2010 г. была равна 250 руб. (т. е. около 8 долл. США), а в Китае — 5 юаней (примерно 0,75 долл. США). Следует отметить, что современные пираты получают доходы не от распространения компакт-дисков с нелегальными копиями коммерческого программного обеспечения, а от размещения рекламы на сайтах, содержащих пиратские копии, поэтому большинство современных пользователей пиратских копий не несут финансовых затрат при их приобретении, поскольку скачивают их бесплатно, в основном, из пиринговых сетей.

Статистика пиратства

Под *уровнем пиратства* понимается доля используемых нелегальных копий коммерческих программных продуктов в общем числе используемых легальных и нелегальных копий этих продуктов [117].

В табл. 1.3.8 приводятся сведения о динамике уровня пиратства, ущерба от пиратства в 2003—2009 гг. (по данным корпорации IDC [117]), а также о среднемесячной заработной плате в 2008 г. (по данным Организации экономического сотрудничества и развития [119]), а в табл. 1.3.9 снижение уровня пиратства в России в 2003—2009 гг. сопоставляется с ростом среднемесячной заработной платы (по данным Росстата [120]). Анализ этих таблиц приводит к выводу об обратной зависимости уровня пиратства от величины заработной платы.

Таблица 1.3.8

Динамика уровня пиратства в 2003—2009 гг.

Годы	Весь мир	БРИК	Россия	Западная Европа	США	Китай
<i>Уровень пиратства (%)</i>						
2003	36	87	87	36	22	92
2004	35	85	87	34	21	90
2005	35	81	83	35	21	86
2006	35	77	80	34	21	82
2007	38	75	73	33	20	82
2008	41	73	68	33	20	80
2009	43	71	67	34	20	79
<i>Ущерб от пиратства (млрд. долл.)</i>						
2003	28,80	5,80	1,10	9,60	6,50	3,82
2004	32,71	6,10	1,36	11,86	6,65	3,57
2005	34,48	6,84	1,63	11,86	6,90	3,88
2006	38,70	10,05	2,19	10,64	7,29	5,43
2007	47,81	14,43	4,12	11,66	8,04	6,66
2008	53,00	15,31	4,22	13,02	9,14	6,68
2009	51,41	14,45	2,61	11,75	8,39	7,58
<i>Среднемесячная заработная плата (долл.)</i>						
2008	—	—	597	3970	4241	230

Наименьший уровень пиратства зафиксирован в США — около 20%. В Российской Федерации за период с 2003 по 2009 г. уровень пиратства существенно снизился (с

87% до 67%), но продолжает оставаться относительно высоким по сравнению с США, Японией и Западной Европой.

Таблица 1.3.9

*Динамика уровня пиратства
и размера среднемесячной заработной платы
в Российской Федерации в 2003—2009 гг.*

Годы	Среднемесячная заработная плата (руб.)	Уровень пиратства
2003	5498,5	87
2004	6739,5	87
2005	8554,9	83
2006	10 633,9	80
2007	13 593,4	73
2008	17 290,1	68
2009	18 637,5	67

Рост общемирового уровня пиратства при одновременном снижении его уровня в большинстве стран объясняется существенным увеличением (на 86% только за 2009 г.) объема продаж компьютеров в Бразилии, Индии и Китае, где уровень пиратства относительно высок.

Сравнение стоимости владения коммерческой и некоммерческой серверными операционными системами

Статистический анализ рынка серверных операционных систем показывает, что в настоящее время происходит жесткая конкуренция коммерческого продукта *Windows* и некоммерческого продукта *Linux*.

Операционные системы *Windows* и *Linux* занимают самые крупные ниши рынка, оставляя на долю *MacOS* лишь весьма незначительный рынок графических рабочих станций, при этом доля *UNIX*-систем неуклонно уменьшается.

Поэтому именно данный рынок целесообразно выбрать в качестве наглядного примера.

Проанализируем в табл. 1.3.10 стоимость внедрения некоммерческой серверной операционной системы *Linux* и аналогичной коммерческой *Windows*.

Таблица 1.3.10

Сравнение стоимости внедрения (в долл.)
некоммерческой серверной операционной системы (*Linux*)
и аналогичной коммерческой (*Windows*)

Исходные данные модельной организации:	<i>Linux</i>	<i>Windows</i>
Количество пользователей	1000	1000
Необходимое количество серверов	1	4
Программное обеспечение:		
Лицензия на серверную операционную систему	99	4000
Клиентские лицензии	0	128
Итого (программное обеспечение)	99	144 000
Аппаратное обеспечение:		
Стоимость одного сервера	6000	6000
Стоимость инсталляции	250	250
Итого (аппаратное обеспечение)	6250	25 000
Интеграция:		
Время на один сервер	32	16
Стоимость нормочаса	250	125
Итого (интеграция)	8000	8000
Всего:	14 349	177 000

Поясним некоторые ячейки этой таблицы.

Суммарные расходы на программное обеспечение при внедрении операционной системы *Linux* состоят только из 99 долл., которые тратятся на серверную лицензию.

Суммарные расходы на программное обеспечение при внедрении операционной системы *Windows* складываются из стоимости 4 лицензий на серверную операционную систему ($4 \cdot 4000 = 16\,000$ долл.) и 1000 клиентских лицензий ($1000 \cdot 128 = 128\,000$ долл.) — итого получается 144 000 долл.

Установка одного сервера под управлением *Linux* обходится в 6000 долл. за сам сервер и 250 долл. за его установку.

Установка четырех серверов под управлением *Windows* обойдется в $4(6000 + 250) = 25\,000$ долл.

В предположении, что стоимость технического обслуживания (администрирования) для двух платформ одинакова, приходим к очевидному выводу о существенно более низкой стоимости владения серверной операционной системой *Linux* по сравнению с *Windows*.

На самом деле, при использовании *Linux* затраты на оплату труда системных администраторов, как правило, выше, но ненамного (для модельной организации разница составляет около 10 000 долл. в год).

Практика показывает, что программные продукты, распространяемые на условиях открытого лицензионного соглашения *GNU* (например, операционная система *Linux* и веб-сервер *Apache*), превосходят своих коммерческих конкурентов (соответственно, *Windows* и *Internet Information Server*), помимо стоимости владения, по крайней мере, еще по двум параметрам:

- количеству дефектов;
- скорости реакции на сообщения пользователей о найденных дефектах.

Следует отметить высокую конкуренцию коммерческого и некоммерческого программного обеспечения на рынке серверных продуктов (серверных операционных систем, веб-серверов и т.п., где коммерческие и свободные продукты делят рынок приблизительно поровну), поскольку пользователи этих продуктов — системные администраторы и профессиональные программисты — способны полноценно использовать возможности изучения открытого кода и его модификации.

При этом на рынке клиентских продуктов пользователи, как правило, не ощущают преимуществ от использования открытого кода, поскольку, не обладая квалификацией разработчика, невозможно ни разобраться в «устройстве» продукта, ни модифицировать его под свои нужды (так, например, число инсталляций свободного офисного пакета *OpenOffice* не сравнимо с числом инсталляций его коммерческого аналога — *Microsoft Office*).

РЕЗЮМЕ

Программное обеспечение существенно отличается и от традиционных товаров — прежде всего, нематериальностью и идемпотентностью), и от других типов интеллектуальных товаров (литературных и музыкальных произведе-

ний, видеофильмов и др.) — возможностью использования в качестве интеллектуального капитала, невозможностью использования без комплементарного материального товара — аппаратного обеспечения, существенностью формы представления, особенностями института защиты авторских прав, а также возможностью использования инновационных моделей бизнеса.

Современные разработчики программного обеспечения не ограничиваются использованием модели бизнеса, основанной на распространении коммерческих лицензий на свои продукты.

Теневое распространение нелицензионных копий коммерческих программных продуктов привело к развитию инновационных моделей бизнеса, и на сегодняшний день программные продукты, предполагающие полностью или частично бесплатное использование в форме свободного и бесплатного программного обеспечения, а также программное обеспечение, распространяемое как услуга, и облачные вычисления, занимают существенные доли рынка.

ГЛАВА 2. СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ РЫНКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

§ 2.1. МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРОДУКТОВ НА РЫНКАХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ТОВАРОВ

Фундаментальная модель диффузии инноваций

Классическим способом математического описания процессов распространения продукции на различных рынках является *фундаментальная модель диффузии инноваций* [85]:

$$\frac{dN}{dt} = (a + bN)(M - N).$$

Здесь

$M(t)$ — суммарное число потенциальных потребителей продукта на рынке в момент времени t ;

$N(t)$ — суммарное число действующих потребителей продукта на рынке в момент времени t .

Параметры a и b в фундаментальной модели диффузии инноваций отражают соответственно степень внешних и внутренних воздействий на скорость адаптации и, следовательно, на скорость распространения инновации.

Если речь идет о базисных инновациях, то одной из их основных особенностей является распространение в отсутствие конкуренции, поскольку никто из потенциальных конкурентов еще не овладел соответствующей технологией.

Однако подавляющее большинство инновационных продуктов на любом рынке, в частности, на рынке программного обеспечения, являются лучшими, и их распространение происходит в условиях конкуренции с аналогами.

Модели распространения продуктов с учетом создания и заимствования технологий в условиях конкуренции

На сегодняшний день опубликовано довольно большое число работ, в которых конкуренция исследуется с помощью различных модификаций фундаментальной модели диффузии инноваций, состоящих в том, что коэффициенты a и b рассматриваются как функции от цен, расходов на рекламу и других переменных.

Достаточно полные критические обзоры работ, посвященных моделям диффузии инноваций с учетом конкуренции, содержатся в статьях Р. Долана, А. Джойланда и Е. Мюллера [39], а также Р. Четтери, Дж. Элиашберга и В. Рао [188].

Значительная часть из этих работ посвящена аналитическому исследованию конкуренции в моделях диффузии инноваций и определению различного рода оптимальных правил и нормативов.

Так, работы М. Коннора и Д. Тейчроу 1967 г. [58], Дж. Тенга и Р. Томпсона 1983 г. [171], Д. Хорски и К. Мэйта 1988 г. [183], Е. Докнера и С. Йоргенсена 1992 г. [36] посвящены оптимальным рекламным стратегиям; в статьях Р. Рао и Ф. Басса 1985 г. [122], Дж. Элиашберга и А. Джойланда 1986 г. [198], Е. Докнера и С. Йоргенсена 1988 г. [37], Ф. Мартинса и В. Нэсцименто 1993 г. [79] определяются оптимальные ценовые стратегии; исследование Р. Томпсона и Дж. Тенга 1984 г. [173] посвящено одновременному определению и оптимальных рекламных, и оптимальных ценовых стратегий; С. Калиш, В. Махаджан и Е. Мюллер в своей работе 1995 г. [45] исследовали оптимальные стратегии вывода

инновационного продукта на рынок и сравнили стратегии «водопада» и «ручья» в различных странах.

В работах В. М. Полтеровича и Г. М. Хенкина [110—112, 181, 180] предложен подход к описанию эволюции экономического развития отрасли, основанный на рассмотрении технологических сдвигов как результатов взаимодействия процессов создания и заимствования технологий. Для этого использовались дифференциально-разностные уравнения вида

$$\frac{dF_n(t)}{dt} = \varphi(F_n(t))(F_{n-1}(t) - F_n(t)),$$

где под $F_n(t)$ понимается доля предприятий, которые в момент t находятся на уровнях эффективности с номерами, не большими n , и считается, что предприятие может переходить только на следующий по порядку более высокий уровень, причем доля предприятий, переходящих в данный момент с уровня n на уровень $n + 1$, пропорциональна количеству $F_n(t) - F_{n-1}(t)$ предприятий, находящихся в данный момент на уровне n , с коэффициентом пропорциональности $-\varphi(F_n(t))$, имеющим смысл скорости перехода с уровня на уровень.

Решение данной задачи может состоять из одной или нескольких нелинейных волн, движущихся с разными скоростями, что соответствует распаденю отрасли на разноэффективные подотрасли.

В. М. Полтерович и Г. М. Хенкин показали, что S -образный характер диффузионных кривых и устойчивая форма распределения фирм по уровням эффективности являются следствием равновесия между инновационным процессом (созданием новых технологий) и имитационным процессом (копированием технологий).

В развитие этого подхода В. З. Беленький в работе [7] исследовал интересную модификацию модели Полтеровича — Хенкина, предположив, что скорость перехода фирм с уровня на уровень пропорциональна доле более развитых фирм среди всех фирм, которые в момент t находятся на уровнях эффективности с номерами, не большими n :

$$\frac{d\theta_n(t)}{dt} = \psi\left(\frac{\theta_n(t)}{\theta_{n-1}(t)}\right)(\theta_{n-1}(t) - \theta_n(t)),$$

где $\theta_n(t) \equiv 1 - F_n(t)$.

Эмпирический анализ конкуренции на рынках интеллектуальных товаров

Многопродуктовая конкуренция на реальном рынке инноваций была впервые исследована Р. Петерсоном и В. Махаджаном, которые в 1978 г. проанализировали с помощью фундаментальной модели диффузии инноваций рынок страховых продуктов [109].

Дж. Додсон и Е. Мюллер в статье [35], опубликованной в том же 1978 г., учли возможность переключения потребителей между брендами.

Г. Лиlien, А. Рао и С. Калиш в 1981 г. построили модель, в которой учли технологии продвижения, состоящие в бесплатном распространении пробных экземпляров продукта в условиях конкуренции [72].

В. Махаджан, С. Шарма и Р. Баззелл в 1993 г. исследовали процесс входа нового конкурента на рынок [86].

В работе П. Паркера и Х. Гатиньона [102], опубликованной в 1994 г., исследовалось влияние таких маркетинговых факторов, как цена и реклама, на процесс диффузии конкурирующих брендов.

Т. Кришнан, Ф. Басс и В. Кумар в работе 2000 г. [64] исследовали зависимость объема продаж существующих на рынке брендов от появления новых брендов.

М. Гивон, В. Махаджан и Е. Мюллер в работе 1995 г. [21] с помощью обобщения фундаментальной модели диффузии инноваций исследовали влияние теневого (пиратского) распространения программного обеспечения (а именно, текстовых процессоров и электронных таблиц) на легальное распространение лицензий на эти продукты.

Авторы продемонстрировали на реальных данных о пользователях электронных таблиц и текстовых процессоров

в Великобритании, что пираты играют доминирующую роль в превращении потенциальных пользователей программного обеспечения в действующих легальных пользователей.

Оказалось, что информация, передаваемая пользователями пиратских копий потенциальным потребителям, оказывает практически такое же воздействие, как информация, передаваемая легальными пользователями соответствующих продуктов.

Более того, оказалось, что для данных двух типов программных продуктов пираты обеспечили 80% продаж!

Те же авторы в работе 1997 г. [22] усложнили предыдущую модель [21] и рассмотрели не только одновременное законное и незаконное использование программного обеспечения, но и переключение пользователей между различными производителями.

Результаты, полученные на основании анализа тех же данных о пользователях электронных таблиц и текстовых процессоров в Великобритании, что и в работе [21], дали основание заключить, что в условиях существования компьютерного пиратства и возможного переключения пользователей между различными брендами — заменителями на британском рынке текстовых процессоров и электронных таблиц, долю рынка следует оценивать числом пользователей продукта, а не числом проданных лицензий.

§ 2.2. СОВРЕМЕННЫЕ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УЧАСТНИКОВ РЫНКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Модели равновесия на рынках интеллектуальных товаров

Моделирование рынков интеллектуальных товаров связано в значительной степени с подходом к определению равновесий на таких рынках, предложенным В. Л. Макаровым [73] и созданной позже К. Эрроу [199] «информационной теорией стоимости».

Идемпотентность знаний приводит к замене линейного пространства товаров на решетку, и дискретность приводит к невыпуклости задач и связанным с этим отсутствием равновесия в общем случае.

В рамках предложенного В. Л. Макаровым подхода в работах В. И. Данилова, Г. А. Кошевого, А. И. Сотскова [30—33] изучена задача существования равновесия в экономиках с интеллектуальными товарами, получены достаточно тонкие достаточные условия равновесия.

Практические результаты работ В. Л. Макарова [73], В. И. Данилова, Г. А. Кошевого, А. И. Сотскова [30—33] и А. Н. Козырева [53] по общей теории экономического равновесия оправдывают ценовую дискриминацию на рынках ИС и обосновывают существование эффективного равновесия на таких рынках.

В частности, В. И. Данилов и Г. А. Кошевой приводят в статье [30] следующий пример: «Пусть есть один И-товар, один производитель и два покупателя. Пусть издержки производства товара равны 18 долл., первый покупатель готов заплатить за товар не больше 5 долл., второй — не больше 15 долл. В этой ситуации не существует равновесия с ценами на товар, одинаковыми для обоих покупателей. В самом деле, цена не может быть больше 15 (иначе никто не купит). Цена не может быть меньше 5 (никто не будет производить). При промежуточной цене товар покупает только второй потребитель, но его денег мало для покрытия издержек. Отсюда следует важный вывод — цены должны быть индивидуальными для каждого потребителя, т. е. должна осуществляться ценовая дискриминация. В нашем примере можно продавать первому потребителю за 4 и второму — за 14».

В работах А. Н. Козырева [53, 54] модели двухэтапного ценообразования с дифференцированной ценой входа на рынок для потребителя применены к интерпретации идей теории прав собственности и уточнению некоторых ее выводов применительно к оценке объектов интеллектуальной собственности. В частности, А. Н. Козырев показал, что сочетание такого двухкомпонентного тарифа с ценовой дискриминацией нивелирует эту дискриминацию.

Модели распространения пиратских копий программного обеспечения и противодействия пиратству

В тезисах [55] к круглому столу «Экономика пиратства: Создание и уничтожение стоимости» [196], прошедшему в декабре 2008 г. в Центральном экономико-математическом институте РАН, А. Н. Козырев сформулировал основные принципы, на которых он основывается при анализе рынка программного обеспечения:

- затраты на создание программного продукта фиксированы;
- затраты на тиражирование и распространение программного продукта близки к нулю;
- полезность, которую могут извлечь потенциальные пользователи программного продукта, имеет денежное выражение;
- одному пользователю нужна ровно одна копия программного продукта;
- количество пользователей, готовых купить копию программного продукта по некоторой фиксированной цене, обратно пропорционально этой цене;
- полная стоимость программного продукта — это максимальная сумма, которую готовы заплатить за получение копий произведения все пользователи.

В таких предположениях А. Н. Козырев доказывает следующие два утверждения:

- если цена копии программного продукта постоянна для всех покупателей, то прибыль производителя не зависит от цены;
- полная стоимость программного продукта может быть получена производителем, если каждому пользователю он продаст копию программного продукта по наивысшей приемлемой для этого покупателя цене.

П. Деванбю и С. Стаблбайн в работе [34] сформулировали следующее условие выгоды пиратской деятельности (для пиратов):

$$nC_b \gg C_h + nC_c + P_{11}(n)C_{11}(n),$$

где

- n — количество распространенных нелегальных копий программного продукта;
- C_b — цена легальной копии программного продукта;
- C_h — затраты на взлом системы защиты;
- C_c — цена пиратской копии программного продукта;
- $P_{11}(n)$ — вероятность обнаружения нарушителя, распространившего n пиратских копий;
- $C_{11}(n)$ — размер штрафа за распространение n пиратских копий.

Действительно, обычно затраты на нарушение авторских прав на программное обеспечение значительно ниже стоимости легального приобретения этого программного обеспечения — даже с учетом возможного наказания.

В работах С. А. Середы 2002—2005 гг. [10, 128, 129] проведено детальное исследование проблемы нелегального распространения программных продуктов, в частности, приведены причины нелегального использования программного обеспечения (табл. 2.2.1), рассмотрена простая графическая модель спроса и предложения на рынке программного обеспечения с учетом предложения легальных и пиратских копий (рис. 2.2.1), построены модели поведения и взаимодействия агентов рынка программного обеспечения.

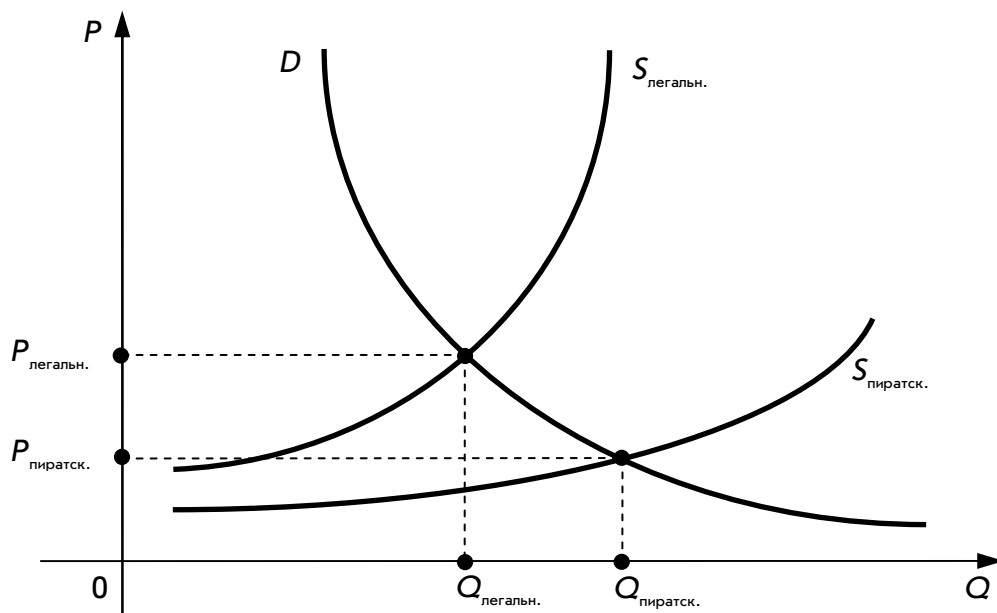
В графической модели спроса и предложения на рынке программного обеспечения с учетом предложения легальных и пиратских копий кривая $S_{\text{пиратск.}}$ теневого предложения более полого, чем кривая $S_{\text{легальн.}}$ предложения официальных распространителей ввиду существенно более низких цен пиратских копий, а также более низкой эластичности теневого предложения по цене.

Две точки рыночного равновесия — на рынке легальных программных продуктов ($Q_{\text{легальн.}}; P_{\text{легальн.}}$) и на теневом рынке ($Q_{\text{пиратск.}}; P_{\text{пиратск.}}$) — определяют общий объем продаж на рынке программного обеспечения, равный $Q_{\text{пиратск.}}$, объем продаж лицензионных копий $Q_{\text{легальн.}}$, объем теневого рынка $Q_{\text{пиратск.}} - Q_{\text{легальн.}}$.

Таблица 2.2.1

**Причины приобретения легального
и пиратского программного обеспечения [128]**

Причины приобретения легальных копий программных продуктов	Причины приобретения пиратских копий программных продуктов
Гарантия защиты от вирусов	Дороговизна программного продукта
Длительное использование программного продукта	Желание попробовать программный продукт
Наличие бумажной документации	Использование пиратских программ большинством знакомых
Наличие обновлений	Краткосрочное использование программного продукта
Невозможность найти продукт у знакомых	Легкость копирования
Необходимость использовать продукт для учебы или работы	Недостаточные для приобретения легальных копий доходы
Политика учебного заведения или фирмы	Неприемлемо жесткие ограничения лицензии
Престижность владения легальной копией	Низкая вероятность изобличения
Соблюдение законов	Ожидание новой версии продукта
Техническая поддержка	



**Рис. 2.2.1. Графическая модель
рынка программного обеспечения
с учетом предложения пиратских копий**

Потери от теневого распространения программного обеспечения составляют при этом

$$\int_{P_{\text{пиратск.}}}^{P_{\text{легальн.}}} D(P)dP + P_{\text{пиратск.}} (Q_{\text{пиратск.}} - Q_{\text{легальн.}}),$$

где $D(P)$ — спрос на программный продукт при цене P .

Модели поведения производителя программного продукта, пользователя и пирата, построенные С. А. Середой [128, 129] представляют собой модели дискретного линейного программирования с булевыми переменными. Также С. А. Середой рассмотрел две матричные игры, описывающие конфликтные ситуации между государством и теневым рынком программного обеспечения, а также между производителем программного обеспечения и пиратами [128, 129].

Модели внешних эффектов на рынке программного обеспечения

Рынок программного обеспечения характеризуется сетевыми внешними эффектами, важнейший из которых состоит в том, что полезность операционной системы, офисного пакета или какого-либо еще программного продукта тем больше, чем больше у этого продукта пользователей.

В работе [50] М. Кац и К. Шапиро выделили и проиллюстрировали три типа сетевых внешних эффектов:

- *прямой эффект*, проявляющийся в прямом влиянии на потребительский выбор количества пользователей продукта; такой эффект проявляется например, в сетях мобильной связи, когда потребитель принимает решение о заключении контракта с учетом того, сколько всего абонентов пользуются услугами данного сотового оператора;
- *косвенный эффект*, проявляющийся в косвенном влиянии количества пользователей продуктов, комплементарных к данному, на выбор потребителя; такой эффект иллюстрирует, например, рынок компь-

ютерного аппаратного обеспечения, где потребитель принимает решение о приобретении компьютера с учетом того, какое программное обеспечение с ним совместимо;

- *эффект послепродажного сервиса*: например, приобретая автомобиль, покупатели принимают во внимание качество и масштабы сети послепродажного обслуживания.

Как показали те же авторы в статье [51], такие сетевые внешние эффекты оказывают серьезное влияние на теорию рыночного равновесия: оно может не существовать, может быть не единственным, и может существенно отличаться от ситуации, в которой сетевые эффекты отсутствуют.

Следует заметить, что участники рынка программного обеспечения конкурируют в условиях существования обучения действием (*learning-by-doing* — авторитет некоммерческих продуктов вырастает в процессе их использования потребителями). Теория конкуренции с обучением действием, которая была предложена в 1981 г. А. М. Спенсем [169], в основном, фокусируется на влиянии суммарного выпуска (суммарных продаж) на снижение цены.

Исследование конкуренции коммерческого и некоммерческого программного обеспечения до настоящего времени имело своим предметом в основном проблему выбора потребителя: купить или разработать самому (*make-or-buy* — обзор таких исследований, например, приводится в работе Дж. Куана [65]).

Д. Ли и Х. Мендельсон в своей работе 2008 г. [71], напротив, считают, что рынок программного обеспечения состоит из двух сегментов с различными предпочтениями потребителей и положительными сетевыми эффектами.

Один из недавних наиболее важных, с точки зрения автора, шагов в изучении конкуренции на рынке программного обеспечения был сделан в 2006 г. Р. Касадесусом-Масанеллом и П. Гемаватом [47], которые соединили классическую теорию дуополии с обучением рынка и расширили рассматриваемую ситуацию до динамической, представив динамическую модель смешанной дуополии и применив

эту модель к исследованию конкуренции между *Microsoft Windows* и *Linux*.

Анализ взаимоотношений поставщиков взаимодополняющих благ — задача не менее актуальная, чем исследование конкуренции нескольких производителей или отношений между производителями и потребителями.

А. Курно в классической книге 1838 г. [67] рассмотрел первую в математической экономике модель взаимодействия дополняющих поставщиков — монополистов (ими были производители меди и цинка как составных частей композитного продукта — латуни).

Основной результат, полученный А. Курно при исследовании модели взаимодействия дополняющих поставщиков, состоит в том, что вне зависимости от соотношения цен компонент производители разделят прибыль поровну! Результат Курно повторен и в данной работе при анализе взаимодействия поставщиков аппаратного и программного обеспечения, каждый из которых является монополистом (применительно к рынку персональных компьютеров такая модель соответствует ситуации, когда на рынке представлен только один производитель аппаратного обеспечения — *Intel* и только одна операционная система — *Microsoft Windows*).

Однако на реальном рынке информационных технологий существует конкуренция и между производителями аппаратного обеспечения (на рынке представлены сервера и рабочие станции на базе процессоров *Intel* и *AMD*), и между поставщиками операционных систем *Microsoft Windows* и *Linux*).

Ценовая конкуренция между вертикально дифференцированными товарами, так же, как и между дополняющими производителями — монополистами, хорошо исследована в математической экономике, но объединенный случай конкуренции между производителями комPLEMENTАРНЫХ благ исследован на сегодняшний день еще в недостаточной степени.

В работе П. МакАфи, Дж. МакМиллана и М. Уинстона 1989 г. [77] построена теоретико-игровая модель объединения компонентов в композитный продукт и получены условия, когда объединение выгодно для производителей. В

развитие этого направления Дж. Чой и К. Стефанадис в 2001 г. [189], а также Б. Нейлбуфф в 2004 г. [99] исследовали вопрос о целесообразности вхождения на рынок с композитным продуктом.

В 1996 г. А. Бранденбургер и Б. Нейлбуфф [11] рассмотрели корпорации *Intel* и *Microsoft* как пример игроков, одновременно сотрудничающих и конкурирующих, они даже ввели термин «*Co-Opetition*» для обозначения такого типа взаимодействия игроков.

В 2003 г. Р. Касадесус-Масанелл и Д. Йоффе [48] предложили теоретико-игровую модель для ситуации сотрудничества и конкуренции *Intel* и *Microsoft*, в результате исследования которой оказалось, что в отличие от модели Курно, где оба производителя делят прибыль поровну, в данном случае оптимальная стратегия корпорации *Microsoft* состоит в установлении заниженной цены для увеличения клиентской базы, но *Intel* в ответ на это просто завышает цену и отбирает у *Microsoft* конкурентное преимущество, поскольку операционная система не продается отдельно от компьютеров (см. также кейс Д. Йоффе, Р. Касадесуса-Масанелла и С. Матту [44]).

Дж. Фарелл и М. Л. Кац в 2000 г. [175] рассмотрели ситуацию, когда монопольный производитель одного из компонентов входит на конкурентный рынок второго компонента, чтобы удешевить его цену, и как следствие, цену композитного продукта. Эта модель может быть применена к деятельности компании *Intel* по производству материнских плат в дополнение к процессорам, но не к взаимодействию производителей программного и аппаратного обеспечения.

Работы Л. Е. Варшавского [14, 15] посвящены математическому моделированию структурных изменений на рынках высокотехнологичной продукции, характеризующихся коротким циклом разработки и производства. В частности, им предложена методика определения инвестиционных стратегий фирм и построения среднесрочных сценариев изменения показателей рынков наукоемкой продукции в условиях дуополии с технологическим и ценовым лидером (на примере рынка микропроцессоров).

Л. К. Ченг и Дж. Нам в 2007 г. [187] рассмотрели стратегию Штакельберга в ситуации сотрудничества и конкуренции монопольных производителей двух компонентов, каждый из которых может быть использован как в составе композитного продукта, так и отдельно. На рынке информационных технологий использование одного компонента без другого невозможно, кроме того, существует конкуренция и между производителями компонентов.

В работе М. Чена, К. и Б. Нейлбуффов [186] (2006 г.) рассмотрен рынок с односторонней строгой комплементарностью: когда первый компонент может быть использован без второго, но использование второго компонента без первого невозможно. М. Чен, К. и Б. Нейлбуффы применили свою модель к исследованию рынка операционных систем и прикладного программного обеспечения. Они показали, что производителю операционных систем выгодно войти на конкурентный рынок прикладных программ со своим продуктом, и предлагать этот продукт по нулевой цене. В результате конкуренты на рынке прикладного программного обеспечения будут вынуждены присоединяться к монополии.

Среди других работ по экономике информационных технологий следует отметить работы Н. Экономайдса 1996 г. [193], Н. Экономайдса и Е. Катзамакаса 1996 г. [195, 194], А. Ю 1998 г. [200], А. Гоуэра и М. Кузумано 2002 г. [27], посвященные исследованию различных сетевых эффектов на рынке информационных технологий.

Особенно следует отметить подробное изложение современного состояния теории сетевой экономики в приложении к рынку информационных технологий, в частности, таких сетевых эффектов, как эффект от масштаба, ценовая дискриминация, конкуренция за монопольное положение и войны стандартов, в обзорной монографии Х. Р. Вэриана, Дж. Фаррелла и К. Шапиро 2004 г. [19].

В работе Р. Касадесуса-Масанелла, Б. Нейлбуффа и Д. Йоффе 2008 г. [49] представлена модель взаимодействия двух конкурирующих поставщиков аппаратного обеспечения (*Intel* и *AMD*) с монопольным производителем операционных систем (*Microsoft*). Работа [49] представляет собой, по сути, первое исследование конкуренции дополняющих по-

ставщиков. В ней рассматривается конкуренция как между поставщиками дополняющих друг друга компонентов (*Intel* и *Microsoft*), так и между конкурирующими поставщиками компонентов одного типа (*Intel* и *AMD*).

§ 2.3. НЕОБХОДИМОСТЬ РАЗВИТИЯ МОДЕЛЕЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УЧАСТНИКОВ РЫНКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Открытые вопросы

Несмотря на то, что отдельные аспекты взаимодействия участников рынка программного обеспечения изучены в современной математической экономике, многие вопросы остаются открытыми и исследованными в недостаточной степени:

- классическая модель взаимодействия дополняющих поставщиков, предложенная А. Курно, может быть адаптирована для исследования взаимоотношений монопольного разработчика коммерческого программного обеспечения с монопольным производителем аппаратного обеспечения; модель А. Курно была обобщена Р. Касадесусом-Масанеллом, Б. Нейлбуффом и Д. Йоффе для исследования взаимодействия двух конкурирующих поставщиков аппаратного обеспечения с монопольным производителем операционных систем, однако объединенное исследование конкуренции и на рынке аппаратного обеспечения, и на рынке комплементарного программного обеспечения с учетом предложения нескольких типов аппаратного обеспечения, коммерческого и некоммерческого системного и прикладного программного обеспечения, а также пиратских копий коммерческих программных продуктов, до настоящего момента не проводилось;
- в известных моделях ущерб от пиратства на рынке коммерческих программных продуктов и их пиратских копий оценивается без учета взаимодействия поставщиков аппаратного и программного обеспечения;

представляется, что это взаимодействие требует отдельного рассмотрения, поскольку оно оказывает существенное влияние на рыночные цены, разделение рынка между производителями и их прибыль;

- в известной модели Г. фон Штакельберга и ее модификациях стратегия ценового лидерства обеспечивает существенное увеличение прибыли при одновременном снижении прибыли других игроков; представляет интерес исследование результатов применения стратегии ценового лидерства на рынке аппаратного и программного обеспечения;
- в известной модели Р. Касадесуса-Масанелла и П. Гемавата рассматривается динамика конкуренции производителей коммерческого и некоммерческого программного обеспечения; представляется важным обобщить эту модель на случай растущего рынка;
- существуют модели, в которых поведение производителей программного обеспечения, пользователей и пиратов рассматривается независимо друг от друга, а также модели взаимодействия производителей программного обеспечения либо государства с пиратами, позволяющие рассмотреть предложение пиратских копий программных продуктов как механизм ценовой дискриминации, определить условия выгоды незаконного копирования программных продуктов и оценить ущерб, наносимый пиратством, однако исследования, в которых моделировалось бы взаимодействие производителей коммерческого программного обеспечения с пользователями в условиях существования рынка пиратских копий, автору неизвестны;
- существующие подходы к исследованию процесса принятия производителями программного обеспечения стратегических решений о возможности открытого распространения продуктов основываются на предположении, что весь программный продукт может распространяться либо в закрытом виде на коммерческой основе, либо в открытом виде на некоммерческой основе, однако возможность открытого распространения части продуктов, состоящих из ядра, расширений

и дополнительных услуг, до настоящего времени остается неисследованной;

- существуют модели, в которых предполагается, что производитель программного обеспечения может получать доходы либо от распространения платного продукта, свободного от рекламы, либо от размещения рекламы в бесплатном продукте, однако объединенный случай распространения программного обеспечения как услуги, учитывающий также возможности размещения рекламы в платном продукте и одновременного предложения платного и бесплатного продуктов, является неизученным;
- в существующих моделях смены технологий рассматривается рынок одного постоянно улучшаемого продукта, тогда как взаимосвязь выпуска новых версий программного обеспечения с выпуском новых поколений комплементарного аппаратного обеспечения до настоящего момента является изученной в недостаточной степени.

Обоснование логики исследования

Поставленные вопросы определяет логику дальнейшего исследования взаимодействия участников рынка программного обеспечения. В последующих главах строится и исследуется комплекс взаимосвязанных статических и динамических математических моделей поведения участников исследуемого рынка:

- модели сотрудничества и конкуренции разработчиков программного обеспечения с производителями аппаратного обеспечения учитывают одновременное предложение нескольких типов аппаратного обеспечения, коммерческого и некоммерческого системного и прикладного программного обеспечения, а также пиратских копий коммерческих программных продуктов; в построенных моделях определены равновесные рыночные цены программных продуктов и аппаратного обеспечения,

оценено равновесное разделение рынка между производителями и их прибыль, проанализирован ущерб от пиратства, а также последствия применения участниками рынка стратегии ценового лидерства;

- в динамической модели смешанной дуополии производителей коммерческого и некоммерческого программного обеспечения рассматривается их конкуренция с учетом линейного роста рынка, наличия теневого распространения нелегальных копий и ненулевых издержек по обеспечению технической поддержки и определяются оптимальные ценовые стратегии производителя коммерческого программного обеспечения, а также условия сосуществования коммерческого и некоммерческого программных продуктов на рынке и вытеснения одним конкурентом другого;
- в модели взаимодействия производителей и пользователей коммерческого программного обеспечения в условиях существования рынка пиратских копий определяются оптимальные стратегии разработчиков и пользователей коммерческого программного обеспечения с учетом пиратства;
- в модели открытого распространения части программного продукта найдены оптимальные решения производителя программного обеспечения с учетом возможности открытого распространения части продуктов;
- в модели производства программного обеспечения как услуги найдены оптимальные решения разработчика программного обеспечения с учетом альтернативных возможностей извлечения доходов от распространения платного продукта, свободного или несвободного от рекламы, от размещения рекламы в бесплатном продукте, а также от одновременного предложения платного и бесплатного продуктов;
- в теоретико-игровой модели принятия решений о выпуске новых версий рассмотрено взаимодействие производителей аппаратного и программного обеспечения.

РЕЗЮМЕ

Закономерности рынка программного обеспечения требуют более детального исследования с использованием экономико-математического моделирования.

В частности, целесообразно учесть одновременное присутствие на рынке коммерческих программных продуктов, их некоммерческих аналогов, а также пиратских копий (занимающих на сегодняшний день соответственно 40, 15 и 45% рынка программного обеспечения).

Представляется важным также исследовать сотрудничество и конкуренцию поставщиков коммерческого и некоммерческого программного обеспечения с производителями аппаратного обеспечения.

Кроме того, целесообразно проанализировать стратегические решения разработчиков программного обеспечения, в первую очередь, решения о целесообразности борьбы с теневым распространением программного обеспечения, о выборе модели бизнеса, а также о выпуске новых версий продуктов.

ГЛАВА 3. МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОСТАВЩИКОВ АППАРАТНОГО И ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

§ 3.1. МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ДОПОЛНЯЮЩИХ МОНОПОЛИСТОВ — ПРОИЗВОДИТЕЛЕЙ АППАРАТНОГО И ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Основные предположения

Конкуренция двух дополняющих монополистов впервые была исследована А. Курно еще в 1838 г. [67]. В этом параграфе описывается адаптация модели Курно к рынку информационных технологий, предложенная в работе [162] (2008 г.).

Предположим, что и производитель аппаратного обеспечения (которого будем обозначать индексом I , имея в виду *Intel*), и производитель коммерческой операционной системы (W — *Windows*) занимают монопольное положение.

Будем считать, что аппаратное обеспечение с операционной системой представляют собой комбинированный продукт, и ни один потребитель не приобретает компьютер без операционной системы или операционную систему отдельно от компьютера.

Сборщики компьютеров образуют рынок совершенной конкуренции, и не могут, в отличие от производителей процессоров и коммерческой операционной системы, влиять на цену комбинированного продукта (компьютера с операционной системой).

Пусть

- p_I — цена аппаратного обеспечения (микропроцессора);
- p_W — цена коммерческой операционной системы;
- $q_{I+W}(p_I + p_W)$ — функция спроса на компьютеры (с коммерческой операционной системой);
- $e_I = f_I + v_I q_{I+W}$ — полные издержки производителя аппаратного обеспечения;
- f_I — постоянные издержки производителя аппаратного обеспечения;
- v_I — переменные издержки производителя аппаратного обеспечения;
- $e_W = f_W + v_W q_{I+W}$ — полные издержки производителя коммерческой операционной системы;
- f_W — постоянные издержки производителя коммерческой операционной системы;
- v_W — переменные издержки производителя коммерческой операционной системы.

Цены аппаратного обеспечения и программных продуктов складываются из постоянных издержек, прибыли производителя, переменных издержек и издержек по обеспечению технической поддержки.

Постоянные издержки и издержки по обеспечению технической поддержки у производителей программного обеспечения довольно невелики, а переменные издержки и вовсе близки к нулю (записать копию программного продукта на компакт-диск не стоит практически ничего, а выложить очередную версию в интернет — и того дешевле).

Постоянные издержки у производителей аппаратного обеспечения существенно больше, чем у разработчиков программных продуктов, а переменные издержки (так же, как и у производителей программного обеспечения) стремятся к нулю (поскольку для производства микросхем необходимо строительство высокотехнологичного завода стоимостью в несколько млрд. долл., но затем производство одного микропроцессора обходится дешевле 1 долл.). Издержки по обеспечению технической поддержки у произ-

водителей аппаратного обеспечения приблизительно такие же, как и у разработчиков программных продуктов.

Поэтому можно считать, что производители аппаратного обеспечения и коммерческого программного обеспечения при принятии решений об установлении цен на свои продукты руководствуются целью максимизации выручки, а не прибыли.

Также естественно предположить, что цены всех продуктов существенно превышают переменные издержки по производству этих продуктов.

Задача максимизации прибыли монопольными поставщиками аппаратного и программного обеспечения

Задача производителя аппаратного обеспечения состоит в определении такой цены продукта p_I , которая обеспечит *максимум прибыли*:

$$\pi_I = (p_I - v_I)q_{I+W}(p_I + p_W) - f_I \rightarrow \max. \quad (3.1.1)$$

Задача, стоящая перед производителем коммерческой операционной системы, аналогична: *установить такую цену продукта p_W , при которой прибыль будет достигать максимального значения*:

$$\pi_W = (p_W - v_W)q_{I+W}(p_I + p_W) - f_W \rightarrow \max. \quad (3.1.2)$$

Аналогичная задача ставилась А. Курно в его классической работе [67]. Практически дословно повторяя выкладки Курно, докажем следующее утверждение.

УТВЕРЖДЕНИЕ 3.1.1. *На рынке, где производство аппаратного обеспечения и разработка операционных систем монополизированы, цена лицензии на операционную систему должна быть равна цене аппаратного обеспечения, а сумма прибыли и постоянных издержек у разработчика операционной системы такая же, как и у производителя аппаратного обеспечения.*

Доказательство. Запишем условия максимума первого порядка в задачах (3.1.1), (3.1.2):

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_I}{\partial p_I} = q_{I+W}(p_I + p_W) + (p_I - v_I) \frac{dq_{I+W}(p_I + p_W)}{d(p_I + p_W)} = 0; \\ \frac{\partial \pi_W}{\partial p_W} = q_{I+W}(p_I + p_W) + (p_W - v_W) \frac{dq_{I+W}(p_I + p_W)}{d(p_I + p_W)} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \quad (3.1.3)$$

$$\Leftrightarrow p_I - v_I = p_W - v_W \Leftrightarrow \quad (3.1.4)$$

$$\Leftrightarrow \pi_I + f_I = \pi_W + f_W. \quad (3.1.5)$$

Если считать, что на рассматриваемом рынке

$$v_W < v_I \ll 1, \quad f_W \ll f_I,$$

то условие (3.1.4) означает, что цена лицензии на операционную систему должна быть равна цене микропроцессора, а условие (3.1.5) — что прибыль без учета постоянных издержек делится поровну между разработчиком операционной системы и производителем аппаратного обеспечения.

Утверждение доказано. \square

Реальный рынок демонстрирует соответствие этим результатам: как было отмечено в параграфе 1.3, средняя цена микропроцессора на московском рынке в 2010 г. совпала со средней ценой операционной системы *Microsoft Windows 7* и была равна 2500 руб.

Эластичность спроса на коммерческое программное обеспечение с учетом взаимодействия с производителями аппаратного обеспечения

Перепишем второе из условий (3.1.3) в виде

$$1 + \frac{p_W - v_W}{q_{I+W}(p_I + p_W)} \frac{dq_{I+W}(p_I + p_W)}{d(p_I + p_W)} = 0.$$

Будем считать (только в этом пункте), что производители аппаратного обеспечения образуют рынок совершен-

ной конкуренции и не могут влиять на цену своего продукта p_I . Тогда

$$\frac{dq_{I+W}(p_I + p_W)}{d(p_I + p_W)} = \frac{dq_{I+W}(p_I + p_W)}{dp_W}.$$

Если определить эластичность спроса на комбинированный продукт по цене как

$$\begin{aligned} \varepsilon_{I+W} &= -\frac{dq_{I+W}(p_I + p_W)}{d(p_I + p_W)} \bigg/ \frac{p_I + p_W}{q_{I+W}(p_I + p_W)} = \\ &= -\frac{dq_{I+W}(p_I + p_W)}{dp_W} \bigg/ \frac{p_I + p_W}{q_{I+W}(p_I + p_W)}, \end{aligned}$$

то условие (3.1.2) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} 1 + \frac{p_W - v_W}{p_I + p_W} \frac{dq_{I+W}(p_I + p_W)/dp_W}{q_{I+W}(p_I + p_W)/(p_I + p_W)} &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1 = \frac{p_W - v_W}{p_I + p_W} \varepsilon_{I+W} \Leftrightarrow \varepsilon_{I+W} &= \frac{p_I + p_W}{p_W - v_W}. \end{aligned}$$

Подставляя в правую часть формулы

$$\varepsilon_{I+W} = \frac{p_I + p_W}{p_W - v_W}$$

нулевые переменные издержки производителя операционной системы $v_W = 0$, среднюю цену микропроцессора в Москве в 2010 г., равную $p_I = 2500$ руб., и среднюю цену лицензии на операционную систему *Microsoft Windows 7*, равную $p_W = 2500$ руб., находим эластичность спроса на такие рабочие станции:

$$\varepsilon_{I+W} = \frac{p_I + p_W}{p_W - v_W} = \frac{2500 + 2500}{2500 - 0} = 2.$$

На самом деле такое высокое значение не означает, что спрос настолько эластичен, скорее, дело в занижении производителем цены лицензии на операционную систему, которое связано, в частности, с получением дополнительных дохо-

дов от продажи прикладного программного обеспечения пользователям операционной системы.

Учет доходов производителя коммерческого системного программного обеспечения от продажи прикладного программного обеспечения

Предположим, что монопольный производитель коммерческого системного программного обеспечения получает прибыль также и от комплементарных продуктов (например, *Microsoft* — производитель операционной системы *Microsoft Windows* — получает прибыль также и от продажи лицензий на офисный пакет *Microsoft Office*).

Комплементарный продукт покупают не все пользователи операционной системы, а их доля $\lambda_o \leq 1$.

Пусть

p_o — цена комплементарного продукта (индекс O означает *Microsoft Office*);

f_o — постоянные издержки по производству комплементарного продукта;

v_o — переменные издержки по производству комплементарного продукта.

Тогда задача монопольного производителя коммерческого программного обеспечения принимает следующий вид:

$$\pi_w = (p_w - v_w + \lambda_o (p_o - v_o)) q_{I+W}(p_I + p_w) - f_w - f_o \rightarrow \max.$$

Условие максимума первого порядка имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_w}{\partial p_w} &= q_{I+W}(p_I + p_w) + \\ &+ (p_w - v_w + \lambda_o (p_o - v_o)) \frac{dq_{I+W}(p_I + p_w)}{dp_w} = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1 + \frac{p_w - v_w + \lambda_o (p_o - v_o)}{p_I + p_w} \frac{dq_{I+W}(p_I + p_w) / dp_w}{q_{I+W}(p_I + p_w) / (p_I + p_w)} &= 0 \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{p_w - v_w + \lambda_o (p_o - v_o)}{p_I + p_w} \varepsilon_{I+W} \Leftrightarrow \varepsilon_{I+W} = \frac{p_I + p_w}{p_w - v_w + \lambda_o (p_o - v_o)}.$$

Считая, что четверть всех пользователей операционной системы приобретает офисный пакет (т. е. что $\lambda_o = 0,25$) и подставляя в правую часть формулы

$$\varepsilon_{I+W} = \frac{p_I + p_w}{p_w - v_w + \lambda_o (p_o - v_o)}$$

нулевые переменные издержки производителя операционной системы и офисного пакета $v_w = v_o = 0$, среднюю цену микропроцессора в Москве в 2010 г., равную $p_I = 2500$ руб., среднюю цену лицензии на операционную систему *Microsoft Windows 7*, равную $p_w = 2500$ руб. и среднюю цену лицензии на офисный пакет *Microsoft Office Standard 2007 Professional*, равную $p_o = 13\,500$ руб., находим эластичность:

$$\varepsilon_{I+W} = \frac{2500 + 2500}{2500 - 0 + 0,25(13\,500 - 0)} = 0,85.$$

Данный результат свидетельствует о высокой эластичности спроса на компьютеры в существующем диапазоне цен лицензий на программное обеспечение.

§ 3.2. МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОНОПОЛЬНОГО ПРОИЗВОДИТЕЛЯ АППАРАТНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ С ПОСТАВЩИКАМИ КОММЕРЧЕСКОГО И НЕКОММЕРЧЕСКОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Основные предположения

В этом параграфе предлагается модель взаимодействия двух конкурирующих поставщиков операционных систем (*Microsoft* и *Linux*) с монопольным производителем аппаратного обеспечения (*Intel*).

Данная работа продолжает исследование проблемы разделения прибыли между поставщиками компонентов на рынке информационных технологий, начатое Р. Касаде-сусом-Масанеллом, Б. Нейлбуффом и Д. Йоффе в 2008 г. в работе [49], в которой представлена модель взаимодействия конкурирующих поставщиков аппаратного обеспечения (*Intel* и *AMD*) с монопольным производителем операционных систем (*Microsoft*).

В дополнение к предположениям предыдущего параграфа будем считать, что *Intel* (нижний индекс I) занимает монопольное положение на рынке аппаратного обеспечения (микропроцессоров), а на рынке операционных систем конкурируют коммерческий продукт *Microsoft Windows* (нижний индекс W) и некоммерческий продукт *Linux* (нижний индекс L).

Таким образом, пользователь может принять одно из двух решений:

- приобрести компьютер с предустановленной коммерческой операционной системой;
- либо приобрести компьютер с предустановленной некоммерческой операционной системой;

На сегодняшний день конкуренция *Windows* и *Linux*, особенно в сегменте нетбуков, растет, поскольку цена лицензии на *Windows* для многих моделей составляет более 10% от цены конечного продукта.

Хотя лицензия на *Windows* имеет положительную цену, а *Linux* распространяется свободно, оба продукта сосуществуют на рынке. Это говорит о том, что потребительская ценность *Windows* больше потребительской ценности *Linux*.

Будем считать, что пользователь приобретет комбинированный продукт (компьютер с операционной системой) тогда и только тогда, когда потребительская ценность продукта для данного пользователя превышает его цену.

Введем обозначения:

- | | |
|------------|---|
| q_{\max} | — емкость рынка компьютеров; |
| α_I | — максимально возможная цена компьютера с некоммерческой операционной системой; |

α_{I+W}	— максимально возможная цена компьютера с коммерческой операционной системой ($\alpha_{I+W} > \alpha_I$);
p_I	— цена аппаратного обеспечения (микропроцессора);
p_W	— цена лицензии на коммерческую операционную систему;
q_W	— спрос на коммерческую операционную систему;
q_L	— спрос на некоммерческую операционную систему;
$q_I = q_W + q_L$	— спрос на компьютеры;
f_I	— постоянные издержки производителя аппаратного обеспечения;
f_W	— постоянные издержки разработчика коммерческой операционной системы;
v_I	— переменные издержки производителя аппаратного обеспечения;
v_W	— переменные издержки разработчика коммерческой операционной системы;
$\pi_I = q_I(p_I - v_I) - f_I$	— прибыль производителя аппаратного обеспечения;
$\pi_W = q_W(p_W - v_W) - f_W$	— прибыль разработчика коммерческой операционной системы.

Будем использовать линейные функции спроса:

$$q_{I+W}(p) = q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\alpha_{I+W}} \right) —$$

на компьютеры на базе процессоров *Intel* с операционной системой *Windows*;

$$q_{I+L}(p) = q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\alpha_I} \right) —$$

на компьютеры на базе процессоров *Intel* с операционной системой *Linux*.

Спрос на компоненты композитного продукта

Если *Intel* установит цену микропроцессора равной p_I , а *Microsoft* установит цену лицензии на *Windows* в размере p_W , то спрос на персональные компьютеры на базе процессоров *Intel* с операционной системой *Windows* составит

$$q_W = q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W}{\alpha_I} \right),$$

а спрос на персональные компьютеры на базе процессоров *Intel* с операционной системой *Linux* —

$$q_L = q_{\max} \left(1 - \frac{p_I}{\alpha_I} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W}{\alpha_I} \right) = q_{\max} \frac{p_W}{\alpha_I}.$$

Это означает, что пользователь приобретет композитный продукт (персональный компьютер с одной из операционных систем) тогда и только тогда, когда потребительская ценность продукта для данного пользователя превысит его цену (рис. 3.2.1).

Суммарный спрос на аппаратное обеспечение будет равен

$$q_I = q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W}{\alpha_I} \right) + q_{\max} \frac{p_W}{\alpha_I} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_I}{\alpha_I} \right).$$

Выражения (3.2.5)—(3.2.5) позволяют сформулировать следующее утверждение.

УТВЕРЖДЕНИЕ 3.2.1. *Реализованный спрос на компьютеры с некоммерческой операционной системой зависит только от цены коммерческого конкурента (но не от цены аппаратного обеспечения); спрос на аппаратное обеспечение зависит только от его цены (но не от цены коммерческой операционной системы); спрос на коммерческую операционную систему зависит и от цены лицензии на этот продукт, и от цены аппаратного обеспечения.*

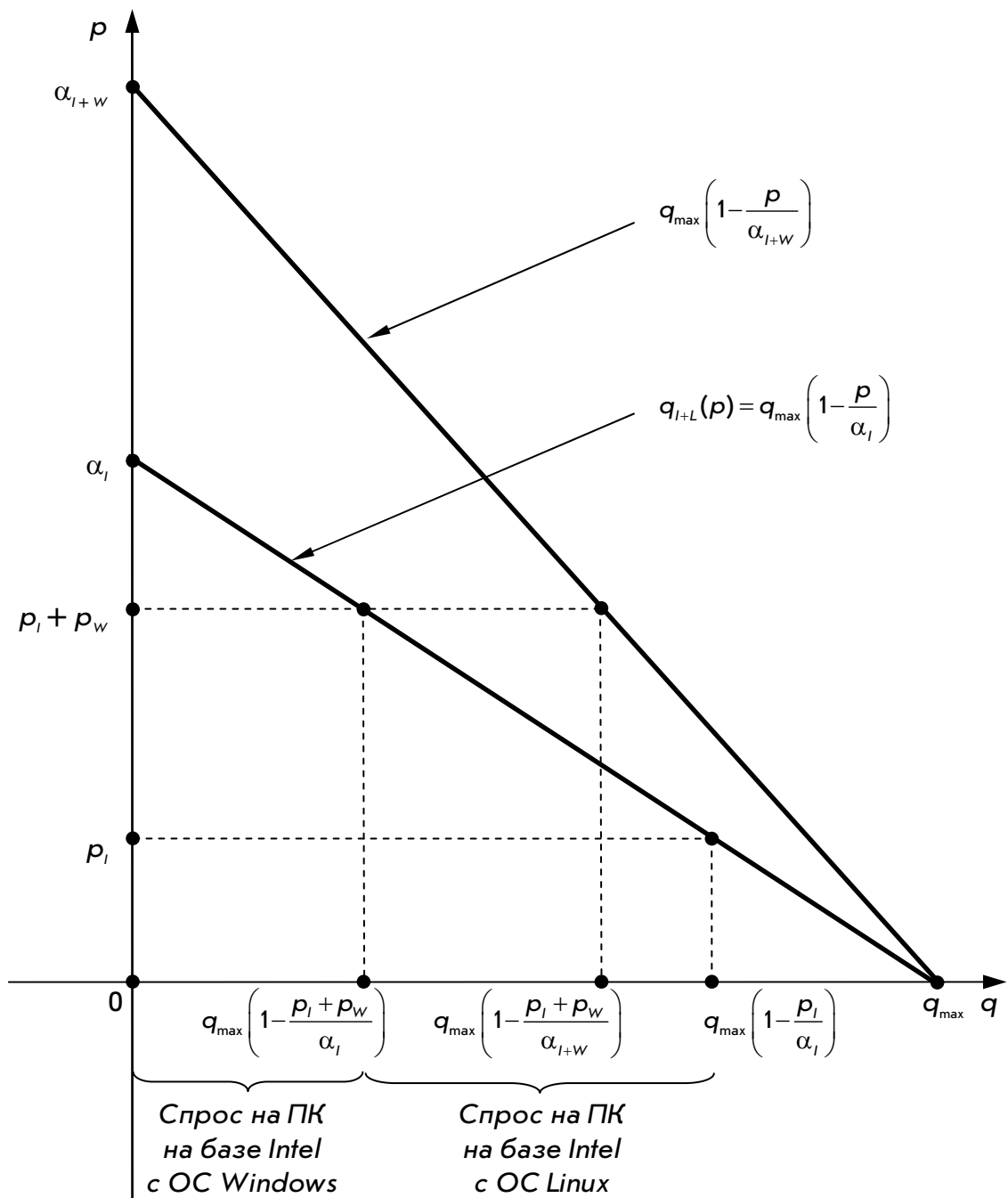


Рис. 3.2.1. *Функции спроса на компьютеры на базе процессоров Intel с операционными системами Windows и Linux*

Оптимальная ценовая политика производителей аппаратного обеспечения и коммерческого программного обеспечения

Задача, которая стоит перед производителем аппаратного обеспечения, состоит в *установлении такой его цены p_I , которая обеспечит максимум прибыли*

$$\begin{aligned}\pi_I &= q_I(p_I - v_I) - f_I = & (3.2.1) \\ &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_I}{\alpha_I}\right) (p_I - v_I) - f_I \rightarrow \max.\end{aligned}$$

Аналогично, разработчик коммерческой операционной системы также стремится *максимизировать свою прибыль*

$$\begin{aligned}\pi_W &= q_W(p_W - v_W) - f_W = & (3.2.2) \\ &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W}{\alpha_I}\right) (p_W - v_W) - f_W \rightarrow \max.\end{aligned}$$

путем выбора оптимальной цены лицензии p_W .

УТВЕРЖДЕНИЕ 3.2.2. *Оптимальная цена аппаратного обеспечения, равная*

$$p_I^* = \frac{\alpha_I + v_I}{2} \quad (3.2.3)$$

обеспечивает его производителю максимальную прибыль

$$\pi_I^* = q_{\max} \frac{(\alpha_I - v_I)^2}{4\alpha_I} - f_I; \quad (3.2.4)$$

оптимальная цена лицензии на операционную систему

$$p_W^* = \frac{\alpha_I + 2v_W - v_I}{4} \quad (3.2.5)$$

обеспечивает ее разработчику максимальную прибыль

$$\pi_W^* = q_{\max} \frac{(\alpha_I - 2v_W - v_I)^2}{16\alpha_I} - f_W; \quad (3.2.6)$$

при этом

$$\frac{dp_W^*}{dp_I^*} = -\frac{1}{2}, \quad (3.2.7)$$

а прибыль производителя аппаратного обеспечения превышает прибыль разработчика операционной системы тогда и только тогда, когда

$$q_{\max} (3\alpha_I - 3v_I - 2v_W)(\alpha_I - v_I + 2v_W) > 16\alpha_I(f_I - f_W). \quad (3.2.8)$$

Доказательство. Условие максимума первого порядка в задаче (3.2.1) дает оптимальное значение цены аппаратного обеспечения

$$\frac{d\pi_I}{dp_I} = 0 \Leftrightarrow q_{\max} \frac{\alpha_I - 2p_I + v_I}{\alpha_I} = 0 \Leftrightarrow p_I^* = \frac{\alpha_I + v_I}{2}.$$

При этом (в соответствии с утверждением 3.2.1) производитель аппаратного обеспечения устанавливает цену без оглядки на разработчика коммерческой операционной системы.

После того, как производитель аппаратного обеспечения установил цену на свой продукт, разработчик коммерческой операционной системы может принять решение о цене лицензии. Записав условие максимума первого порядка в задаче (3.2.2), получим функцию реакции

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \pi_W}{\partial p_W} \right|_{p_I=p_I^*=\text{const}} &= 0 \Leftrightarrow q_{\max} \left(\frac{\alpha_I + v_W - p_I^* - 2p_W}{\alpha_I} \right) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow p_W^* = \frac{\alpha_I + v_W - p_I^*}{2}. \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

Подставляя в функцию реакции уже известную цену аппаратного обеспечения p_I^* , получаем формулу (3.2.5)

Выражения для прибылей (3.2.4), (3.2.6) получаются простой подстановкой оптимальных цен в функции прибыли участников рынка.

Дифференцируя в формуле (3.2.9) p_W^* по p_I^* , получаем формулу (3.2.7).

Далее,

$$\pi^* > \pi_W^* \Leftrightarrow q_{\max} \frac{(\alpha_I - v_I)^2}{4\alpha_I} - f_I > q_{\max} \frac{(\alpha_I - 2v_W - v_I)^2}{16\alpha_I} - f_W \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow q_{\max} \frac{4(\alpha_I - v_I)^2 - (\alpha_I - 2v_W - v_I)^2}{16\alpha_I} > f_I - f_W \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow q_{\max} (3\alpha_I - 3v_I - 2v_W)(\alpha_I - v_I + 2v_W) > 16\alpha_I(f_I - f_W).$$

Утверждение полностью доказано. \square

Заметим, что согласно формуле (3.2.7) увеличение оптимальной цены аппаратного обеспечения на 1 ден. ед. сопровождается уменьшением оптимальной цены программного обеспечения только на 0,5 ден. ед., а условие (3.2.8) на практике не выполняется ввиду существенно бóльших постоянных издержек производителя аппаратного обеспечения по сравнению с разработчиком коммерческого программного обеспечения.

§ 3.3. МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ КОНКУРИРУЮЩИХ ПОСТАВЩИКОВ АППАРАТНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ С ПРОИЗВОДИТЕЛЯМИ КОММЕРЧЕСКОГО И НЕКОММЕРЧЕСКОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Основные предположения

Перейдем к описанию модели взаимодействия двух конкурирующих поставщиков аппаратного обеспечения (*Intel* и *AMD*) с двумя конкурирующими поставщиками операционных систем (*Microsoft* и *Linux*). На сегодняшний день рынок серверов, новых рабочих станций, ноутбуков и нетбуков устроен именно таким образом.

В дополнение к основным предположениям, сформулированным в предыдущем параграфе, будем считать, что потребитель оценивает компьютер на базе процессора *AMD* ниже, чем компьютер на базе процессора *Intel*, но разница в потребительской ценности компьютеров на базе разных процессоров меньше, чем разница в потребительской ценности компьютеров с разными операционными системами. Введем следующие дополнительные обозначения:

α_A	— максимально возможная цена компьютера с некоммерческой операционной системой;
α_{A+W}	— максимально возможная цена компьютера с коммерческой операционной системой ($\alpha_{I+W} > \alpha_I$);
p_A	— цена микропроцессора <i>AMD</i> ;
q_{I+W}	— спрос на компьютеры на базе процессора <i>Intel</i> с коммерческой операционной системой;
q_{I+L}	— спрос на компьютеры на базе процессора <i>Intel</i> с некоммерческой операционной системой;
q_{A+W}	— спрос на компьютеры на базе процессора <i>AMD</i> с коммерческой операционной системой;
q_{A+L}	— спрос на компьютеры на базе процессора <i>AMD</i> с некоммерческой операционной системой;
$q_I = q_{I+W} + q_{I+L}$	— спрос на персональные компьютеры на базе процессора <i>Intel</i> ;
$q_A = q_{A+W} + q_{A+L}$	— спрос на компьютеры на базе процессора <i>AMD</i> ;
f_A и v_A	— постоянные и переменные издержки производителя микропроцессоров <i>AMD</i> ;
$\pi_A = q_A(p_A - v_A) - f_A$	— прибыль производителя микропроцессоров <i>AMD</i> .

Функции спроса на все товары предполагаются линейными (рис. 3.3.1). Рис. 3.3.2 иллюстрирует значения спроса на все товары рынка.

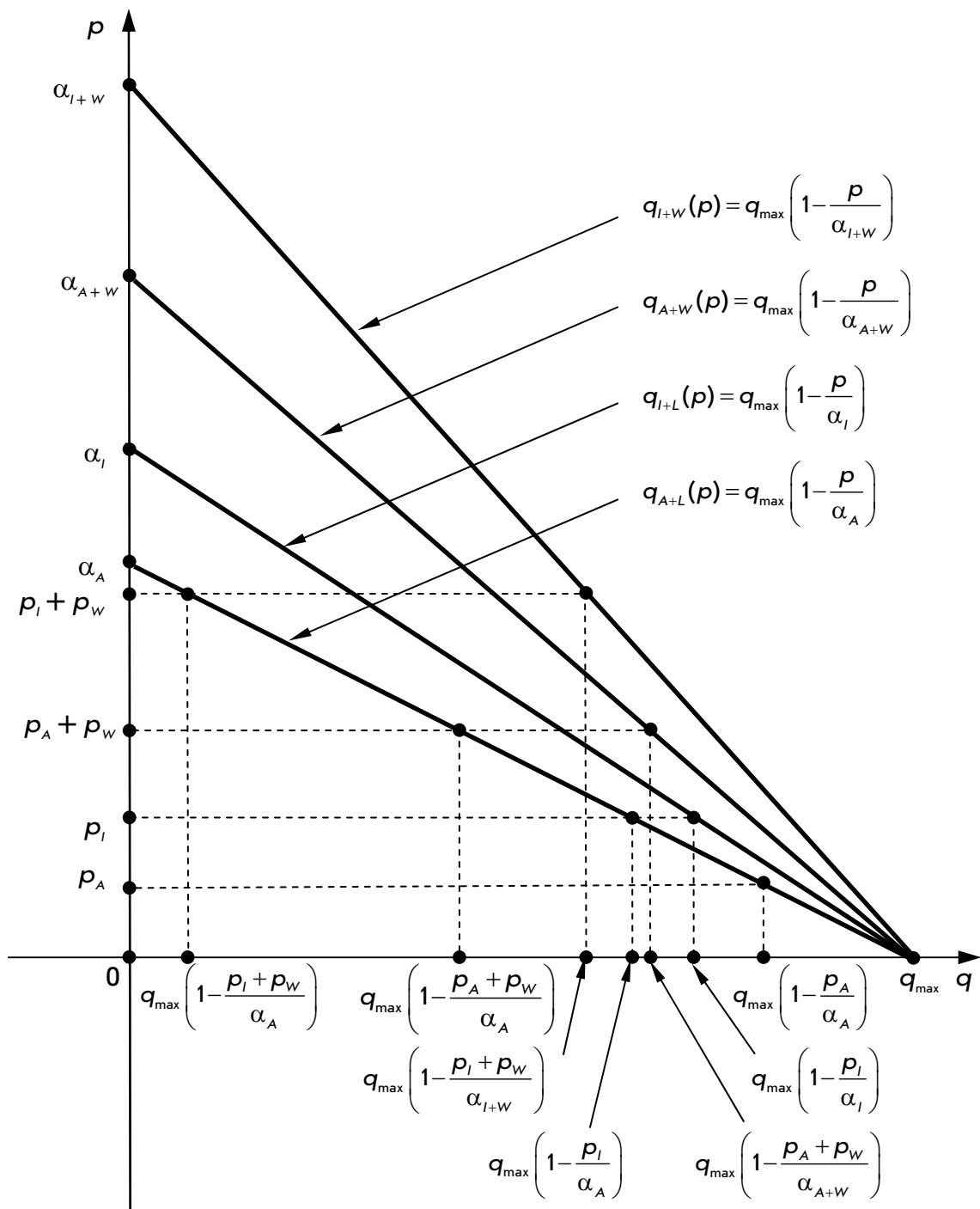


Рис. 3.3.1. *Функции спроса на компьютеры на базе процессоров Intel и AMD с операционными системами Windows и Linux*

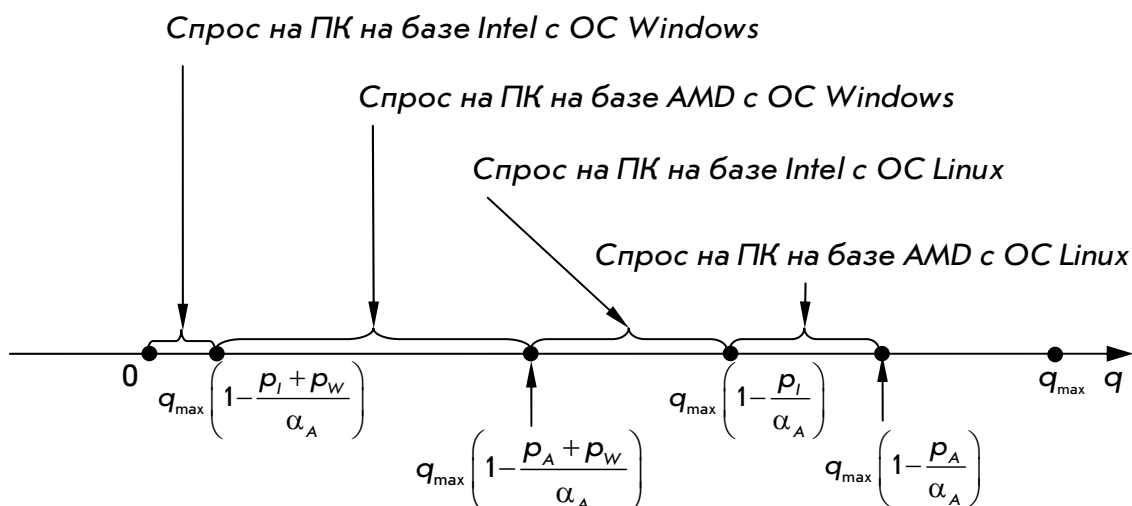


Рис. 3.3.2. Спрос на компьютеры на базе процессоров *Intel* и *AMD* с операционными системами *Microsoft Windows* и *Linux*

Спрос на компоненты композитного продукта

Как видно из рис. 3.3.1—3.3.2, если *Intel* установит цену персонального компьютера равной p_I , *AMD* установит цену персонального компьютера равной p_A , а *Microsoft* установит цену лицензии на *Windows* в размере p_W , то спрос на персональные компьютеры на базе процессоров *Intel* с операционной системой *Windows* составит

$$q_{I+W} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W}{\alpha_A} \right);$$

спрос на персональные компьютеры на базе процессоров *Intel* с операционной системой *Linux* —

$$q_{I+L} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_I}{\alpha_A} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_W}{\alpha_A} \right) = \frac{q_{\max} (p_A + p_W - p_I)}{\alpha_A};$$

спрос на персональные компьютеры на базе процессоров *AMD* с операционной системой *Windows* составит

$$q_{A+W} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_W}{\alpha_A} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W}{\alpha_A} \right) = \frac{q_{\max} (p_I - p_A)}{\alpha_A};$$

спрос на персональные компьютеры на базе процессоров *AMD* с операционной системой *Linux* окажется точно таким же:

$$q_{A+L} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_A}{\alpha_A} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I}{\alpha_A} \right) = \frac{q_{\max} (p_I - p_A)}{\alpha_A}.$$

Спрос на процессоры *Intel* составит при этом

$$\begin{aligned} q_I &= q_{I+W} + q_{I+L} = \\ &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W}{\alpha_A} \right) + \frac{q_{\max} (p_A + p_W - p_I)}{\alpha_A} = \frac{q_{\max} (\alpha_A - 2p_I + p_A)}{\alpha_A}; \end{aligned}$$

спрос на процессоры *AMD* будет равен

$$\begin{aligned} q_A &= q_{A+W} + q_{A+L} = \\ &= \frac{q_{\max} (p_I - p_A)}{\alpha_A} + \frac{q_{\max} (p_I - p_A)}{\alpha_A} = \frac{2q_{\max} (p_I - p_A)}{\alpha_A}; \end{aligned}$$

спрос на операционную систему *Windows* —

$$\begin{aligned} q_W &= q_{I+W} + q_{A+W} = \\ &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W}{\alpha_A} \right) + \frac{q_{\max} (p_I - p_A)}{\alpha_A} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_W}{\alpha_A} \right), \end{aligned}$$

спрос на операционную систему *Linux* —

$$q_L = q_{I+L} + q_{A+L} = \frac{q_{\max} (p_A + p_W - p_I)}{\alpha_A} + \frac{q_{\max} (p_I - p_A)}{\alpha_A} = \frac{q_{\max} p_W}{\alpha_A}.$$

Задачи оптимизации прибыли производителей

Задачи максимизации прибыли производителей таковы:

$$\begin{aligned} \pi_I &= (p_I - v_I) q_I - f_I = \\ &= \frac{q_{\max} (p_I - v_I) (\alpha_A - 2p_I + p_A)}{\alpha_A} - f_I \rightarrow \max; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_A &= (p_A - v_A)q_A - f_A = \\ &= \frac{2q_{\max}(p_I - v_I)(p_I - p_A)}{\alpha_A} - f_I \rightarrow \max;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_W &= (p_W - v_W)q_W - f_W = \\ &= \frac{q_{\max}(p_W - v_W)(\alpha_A - p_A - p_W)}{\alpha_A} - f_W \rightarrow \max.\end{aligned}$$

УТВЕРЖДЕНИЕ 3.3.1. В данной модели конкуренции не существует равновесия в чистых стратегиях.

Доказательство. Найдем функции реакции из условий максимума первого порядка:

$$\frac{\partial \pi_I}{\partial p_I} = 0 \Leftrightarrow p_I(p_A) = \frac{\alpha_A + p_A(p_I) + v_I(2 - \partial p_A / \partial p_I)}{4 - \partial p_A / \partial p_I}; \quad (3.3.1)$$

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial p_A} = 0 \Leftrightarrow p_A(p_I) = 2p_I(p_A) - v_I - \frac{p_I(p_A) - v_I}{\partial p_I(p_A) / \partial p_A}; \quad (3.3.2)$$

$$\frac{\partial \pi_W}{\partial p_W} = 0 \Leftrightarrow p_W(p_A) = \frac{\alpha_A - p_A(p_W) + v_W(1 + \partial p_A(p_W) / \partial p_W)}{2 + \partial p_A(p_W) / \partial p_W}.$$

Поскольку производная $\partial p_I(p_A) / \partial p_A$ входит в знаменатель функции реакции *AMD* (3.3.2), на данном рынке не существует ситуации равновесия в чистых стратегиях, что и требовалось доказать. \square

При этом ведущими игроками являются производители аппаратного обеспечения (их функции реакции (3.3.1) и (3.3.2) не зависят от цены лицензии на коммерческую операционную систему).

Если *AMD* ведет себя пассивно, не реагируя на изменения цен на компьютеры на базе процессоров *Intel*, т. е.

$$\frac{\partial p_A}{\partial p_I} = 0,$$

то из формул (3.3.1)—(3.3.2) следует, что

$$p_I(p_A) = \frac{\alpha_A + p_A(p_I) + 2v_I}{4};$$

$$p_W(p_A) = \frac{\alpha_A - p_A(p_W) + v_W}{2}.$$

При этом

$$\begin{aligned} \pi_I - \pi_W &= \frac{q_{\max}(p_I - v_I)(\alpha_A - 2p_I + p_A)}{\alpha_A} - f_I - \\ &\quad - \frac{q_{\max}(p_W - v_W)(\alpha_A - p_A - p_W)}{\alpha_A} + f_W = \\ &= \frac{q_{\max}(p_W^2 - 2p_I^2 + \alpha_A(p_I - p_W) + p_A(p_I + p_W))}{\alpha_A} + \\ &\quad + \frac{q_{\max}(v_W(\alpha_A - p_A - p_W) - v_I(\alpha_A + p_A - 2p_I))}{\alpha_A} - (f_I - f_W), \end{aligned}$$

и для увеличения прибыли корпорации *Intel* приходится снижать цену. *Microsoft* при этом, наоборот, увеличивает цену, но это приводит к тому, что прибыль *AMD* становится нулевой, и этот производитель уходит с рынка. Но в этом случае *Microsoft* снижает цену, а *Intel* увеличивает, и такой цикл повторяется снова и снова.

Равновесие Курно

Будем считать, что производители микропроцессоров и операционных систем не сговариваются и не взаимодействуют другими способами. Каждый производитель принимает решение об установлении цены, исходя из имеющейся на рынке информации о ценах продуктов прочих игроков, т. е. речь идет о так называемой с и т у а ц и и К у р н о. Такая ситуация исследована в работах [160, 161] (2009 г.).

При принятии решения об установлении цены каждый производитель считает, что прочие игроки не реагируют на изменение цены его продукта, т. е. перекрестные эластичности цен равны нулю.

Возможны два варианта порядка цен комбинированных продуктов, не противоречащие сформулированным предпо-

ложениям. Компьютер на базе процессора *AMD* с операционной системой *Windows* может оказаться дороже, чем компьютер на базе процессора *Intel* с операционной системой *Linux*:

$$p_I + p_W > p_A + p_W > p_I > p_A, \quad (3.3.3)$$

или дешевле:

$$p_I + p_W > p_I > p_A + p_W > p_A. \quad (3.3.4)$$

Рассчитаем основные характеристики модели для каждого из этих случаев.

Вычисления сведем в табл. 3.3.1. Стратегия Курно для каждого участника рынка определяется как такая цена его продукта, которая обеспечивает максимум прибыли в предположении, что остальные участники не будут изменять цен.

Очевидно,

$$0 \leq q_I \leq q_{\max}, \quad 0 \leq q_A \leq q_{\max}, \quad 0 \leq q_W \leq q_{\max}.$$

В ситуации (3.3.3) эти условия эквивалентны тому, что

$$2p_I - p_A \leq \alpha_A, \quad p_A \leq p_I, \quad p_I - p_A \leq \frac{\alpha_A}{2}, \quad p_A + p_W \leq \alpha_A, \quad (3.3.5)$$

а в ситуации (3.3.4) — тому, что

$$p_A \leq p_I + p_W \leq \alpha_A, \quad p_I + p_W - p_A \leq \frac{\alpha_A}{2}, \quad c_A + c_W \leq \alpha_A. \quad (3.3.6)$$

Без ограничения общности предположим, что производители изменяют цены в дискретные моменты времени, причем эти моменты у всех участников рынка совпадают. Пусть $p_I^{(t)}$ и $p_A^{(t)}$ — цены процессоров *Intel* и *AMD*, а $p_W^{(t)}$ — цена лицензии на *Windows* в моменты времени $t=0, 1, 2, \dots$. Пусть цены $p_I^{(0)}, p_A^{(0)}$ и $p_W^{(0)}$ в начальный момент времени $t=0$ удовлетворяют условиям (3.3.5) и (3.3.6) для ситуаций (3.3.3) и (3.3.4) соответственно.

Будем считать, что в каждый момент времени t производитель принимает решение о цене своего продукта, исходя из известной информации о ценах продуктов других участников рынка в предыдущий момент времени $t-1$.

Таблица 3.3.1

Основные характеристики модели

Игрок	Спрос	Прибыль	Ценовая стратегия Курно
Ситуация (3.3.3)			
<i>Intel</i>	$q_I = q_{\max} \frac{\alpha_A - 2p_I + p_A}{\alpha_A}$	$\pi_I = q_I(p_I - v_I) - f_I =$ $= \frac{q_{\max}(\alpha_A - 2p_I + p_A)(p_I - v_I)}{\alpha_A} - f_I$	$p_I = \frac{\alpha_A + 2v_I + p_A}{4}$
<i>AMD</i>	$q_A = 2q_{\max} \frac{p_I - p_A}{\alpha_A}$	$\pi_A = q_A(p_A - v_A) - f_A =$ $= \frac{2q_{\max}(p_I - p_A)(p_A - v_A)}{\alpha_A} - f_A$	$p_A = \frac{p_I + v_A}{2}$
<i>Micro-soft</i>	$q_W = q_{\max} \frac{\alpha_A - p_A - p_W}{\alpha_A}$	$\pi_W = q_W(p_W - v_W) - f_W =$ $= \frac{q_{\max}(\alpha_A - p_A - p_W)(p_W - v_W)}{\alpha_A} - f_W$	$p_W = \frac{\alpha_A + v_W - p_A}{2}$
Ситуация (3.3.4)			
<i>Intel</i>	$q_I = q_{\max} \frac{\alpha_A - p_I - p_W}{\alpha_A}$	$\pi_I = q_I(p_I - v_I) - f_I =$ $= \frac{q_{\max}(\alpha_A - p_I - p_W)(p_I - v_I)}{\alpha_A} - f_I$	$p_I = \frac{\alpha_A + v_I - p_W}{2}$
<i>AMD</i>	$q_A = 2q_{\max} \frac{p_I + p_W - p_A}{\alpha_A}$	$\pi_A = q_A(p_A - v_A) - f_A =$ $= \frac{2q_{\max}(p_I + p_W - p_A)(p_A - v_A)}{\alpha_A} - f_A$	$p_A = \frac{p_I + p_W + v_A}{2}$
<i>Micro-soft</i>	$q_W = q_{\max} \frac{\alpha_A - p_A - p_W}{\alpha_A}$	$\pi_W = q_W(p_W - v_W) - f_W =$ $= \frac{q_{\max}(\alpha_A - p_A - p_W)(p_W - v_W)}{\alpha_A} - f_W$	$p_W = \frac{\alpha_A + v_W - p_A}{2}$

Справедливы следующие утверждения.

УТВЕРЖДЕНИЕ 3.3.1. Если в начальный момент времени $t=0$ сложилась ситуация (3.3.4), уже в следующий момент порядок цен изменяется на ситуацию (3.3.3) и далее не меняется.

Доказательство. Пусть в начальный момент сложилась ситуация (3.3.4):

$$p_I^{(0)} + p_W^{(0)} > p_I^{(0)} > p_A^{(0)} + p_W^{(0)} > p_A^{(0)},$$

тогда, согласно табл. 3.3.1,

$$p_I^{(1)} = \frac{\alpha_A + v_I - p_W^{(0)}}{4}; \quad p_A^{(1)} = \frac{p_I^{(0)} + p_W^{(0)} + v_A}{2}; \quad p_W^{(1)} = \frac{\alpha_A + v_W - p_A^{(0)}}{2}.$$

Сравнивая $p_A^{(1)} + p_W^{(1)}$ и $p_I^{(1)}$, имеем:

$$p_A^{(1)} + p_W^{(1)} - p_I^{(1)} = \frac{2p_I^{(0)} + 3p_W^{(0)} - 2p_A^{(0)} + \alpha_A + 2v_A + 2v_W - v_I}{4} > 0,$$

поскольку $p_I^{(0)} > p_A^{(0)}$, а все переменные издержки пренебрежимо малы по сравнению с ценами.

Итак, $p_A^{(1)} + p_W^{(1)} > p_I^{(1)}$, т. е. сложилась ситуация (3.3.3).

Пусть теперь в некоторый момент времени $t-1$ сложилась ситуация (3.3.3):

$$p_I^{(t-1)} + p_W^{(t-1)} > p_A^{(t-1)} + p_W^{(t-1)} > p_I^{(t-1)} > p_A^{(t-1)}.$$

Тогда, в соответствии с табл. 3.3.1,

$$p_I^{(t)} = \frac{\alpha_A + 2v_I + p_A^{(t-1)}}{4}; \quad p_A^{(t)} = \frac{p_I^{(t-1)} + v_A}{2}; \quad p_W^{(t)} = \frac{\alpha_A + v_W - p_A^{(t-1)}}{2}.$$

Сравнивая $p_A^{(t)} + p_W^{(t)}$ и $p_I^{(t)}$, получим:

$$p_A^{(t)} + p_W^{(t)} - p_I^{(t)} = \frac{2(p_I^{(t-1)} - p_A^{(t-1)}) + \alpha_A - p_A^{(t-1)} + 2(v_A + v_W - v_I)}{4} > 0,$$

поскольку $p_I^{(t-1)} > p_A^{(t-1)}$, $p_A^{(t-1)} < \alpha_A$, а все переменные издержки пренебрежимо малы по сравнению с ценами.

Утверждение доказано. \square

УТВЕРЖДЕНИЕ 3.3.2. *Равновесные цены Курно равны*

$$p_I^{\text{PK}} = \lim_{t \rightarrow \infty} p_I^{(t)} = \frac{2\alpha_A + 4v_I + v_A}{7};$$

$$p_A^{\text{PK}} = \lim_{t \rightarrow \infty} p_A^{(t)} = \frac{\alpha_A + 2v_I + 4v_A}{7};$$

$$p_W^{\text{PK}} = \lim_{t \rightarrow \infty} p_W^{(t)} = \frac{6\alpha_A + 7v_W - 2v_I - 4v_A}{14}.$$

Доказательство. Согласно табл. 3.3.1,

$$\begin{aligned} p_I^{(t)} &= \frac{\alpha_A + 2v_I + p_A^{(t-1)}}{4} = \frac{\alpha_A + 2v_I + \frac{p_I^{(t-2)} + v_A}{2}}{4} = \frac{\alpha_A + 2v_I}{4} + \frac{p_I^{(t-2)} + v_A}{8} = \\ &= \frac{\alpha_A + 2v_I}{4} + \frac{\frac{\alpha_A + 2v_I}{4} + \frac{p_I^{(t-4)} + v_A}{8} + v_A}{8} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\alpha_A + 2v_I}{4} + \frac{\alpha_A + 2v_I}{4 \cdot 8} + \frac{p_I^{(t-4)} + (1+8)v_A}{8^2} = \dots = \\
&= \frac{\alpha_A + 2v_I}{4} + \frac{\alpha_A + 2v_I}{4 \cdot 8} + \frac{\alpha_A + 2v_I}{4 \cdot 8^2} + \dots + \frac{\alpha_A + 2v_I}{4 \cdot 8^{[t/2]-1}} + \\
&\quad + \frac{p_I^{(t-8)} + (1+8+8^2+\dots+8^{[t/2]-1})v_A}{8^{[t/2]}} = \\
&= \frac{(\alpha_A + 2v_I) \left(1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{8^{[t/2]-1}}\right)}{4} + \frac{p_I^{(t-2[t/2])} + (1+8+8^2+\dots+8^{[t/2]-1})v_A}{8^{[t/2]}} = \\
&= \frac{(2\alpha_A + 4v_I + v_A) \left(1 - \frac{1}{8^{[t/2]}}\right)}{7} + \frac{p_I^{(t-2[t/2])}}{8^{[t/2]}} ,
\end{aligned}$$

откуда получаем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_I^{(t)} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{(2\alpha_A + 4v_I + v_A) \left(1 - \frac{1}{8^{[t/2]}}\right)}{7} + \frac{p_I^{(t-2[t/2])}}{8^{[t/2]}} \right) = \frac{2\alpha_A + 4v_I + v_A}{7} .$$

Аналогично,

$$\begin{aligned}
p_A^{(t)} &= \frac{p_I^{(t-1)} + v_A}{2} = \frac{\alpha_A + 2v_I + p_A^{(t-2)}}{4} + v_A = \frac{\alpha_A + 2v_I + 4v_A}{8} + \frac{p_A^{(t-2)}}{8} = \\
&= \frac{\alpha_A + 2v_I + 4v_A}{8} + \frac{\alpha_A + 2v_I + 4v_A}{8^2} + \frac{p_A^{(t-4)}}{8^2} = \dots = \\
&= \frac{\alpha_A + 2v_I + 4v_A}{8} + \frac{\alpha_A + 2v_I + 4v_A}{8^2} + \dots + \frac{\alpha_A + 2v_I + 4v_A}{8^{2[t/2]}} + \frac{p_A^{(t-2[t/2])}}{8^{2[t/2]}} = \\
&= \frac{(\alpha_A + 2v_I + 4v_A) \left(1 - \frac{1}{8^{2[t/2]}}\right)}{7} + \frac{p_A^{(t-2[t/2])}}{8^{2[t/2]}} ; \\
p_W^{(t)} &= \frac{\alpha_A + v_W - p_A^{(t)}}{2} = \frac{\alpha_A + v_W - \frac{(\alpha_A + 2v_I + 4v_A) \left(1 - 1/8^{2[t/2]}\right)}{7} - \frac{p_A^{(t-2[t/2])}}{8^{2[t/2]}}}{2} = \\
&= \frac{6\alpha_A + 7v_W - 2v_I - 4v_A}{14} + \frac{\alpha_A + 2v_I + 4v_A}{14 \cdot 8^{2[t/2]}} - \frac{p_A^{(t-2[t/2])}}{2 \cdot 8^{2[t/2]}} ,
\end{aligned}$$

откуда

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_A^{(t)} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{(\alpha_A + 2v_I + 4v_A) \left(1 - \frac{1}{8^{2[t/2]}}\right)}{7} + \frac{p_A^{(t-2[t/2])}}{8^{2[t/2]}} \right) = \frac{\alpha_A + 2v_I + 4v_A}{7} ,$$

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} p_W^{(t)} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{6\alpha_A + 7v_W - 2v_I - 4v_A}{14} + \frac{\alpha_A + 2v_I + 4v_A}{14 \cdot 8^{2[t/2]}} - \frac{p_A^{(t-2[t/2])}}{2 \cdot 8^{2[t/2]}} \right) = \\ &= \frac{6\alpha_A + 7v_W - 2v_I - 4v_A}{14},\end{aligned}$$

что и требовалось доказать. \square

УТВЕРЖДЕНИЕ 3.3.3. Значения прибыли участников рынка в равновесии Курно равны

$$\begin{aligned}\pi_I^{\text{PK}} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \pi_I^{(t)} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{q_{\max} (\alpha_A - 2p_I^{(t)} + p_A^{(t)}) (p_I^{(t)} - v_I)}{\alpha_A} - f_I = \\ &= \frac{2q_{\max} (2\alpha_A - 3v_I + v_A)^2}{49\alpha_A} - f_I;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_A^{\text{PK}} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \pi_A^{(t)} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2q_{\max} (p_I^{(t)} - p_A^{(t)}) (p_A^{(t)} - v_A)}{\alpha_A} - f_A = \\ &= \frac{2q_{\max} (\alpha_A + 2v_I - 3v_A)^2}{49\alpha_A} - f_A;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_W^{\text{PK}} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \pi_W^{(t)} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{q_{\max} (\alpha_A - p_A^{(t)} - p_W^{(t)}) (p_W^{(t)} - v_W)}{\alpha_A} - f_W = \\ &= \frac{q_{\max} (6\alpha_A - 2v_I - 4v_A - 7v_W)^2}{196\alpha_A} - f_W.\end{aligned}$$

Доказательство проводится подстановкой предельных значений $p_I^{(t)}$, $p_A^{(t)}$ и $p_W^{(t)}$ в выражения для мгновенной прибыли. \square

Если пренебречь переменными издержками, то

$$p_I^{\text{PK}} \approx \frac{2\alpha_A}{7}, \quad p_A^{\text{PK}} \approx \frac{\alpha_A}{7}, \quad p_W^{\text{PK}} \approx \frac{3\alpha_A}{7};$$

$$p_I^{\text{PK}} + p_W^{\text{PK}} \approx \frac{5\alpha_A}{7}, \quad p_A^{\text{PK}} + p_W^{\text{PK}} \approx \frac{4\alpha_A}{7};$$

$$\pi_I^{\text{PK}} \approx \frac{8q_{\max}\alpha_A}{49} - f_I, \quad \pi_A^{\text{PK}} \approx \frac{2q_{\max}\alpha_A}{49} - f_A, \quad \pi_W^{\text{PK}} \approx \frac{9q_{\max}\alpha_A}{49} - f_W.$$

Видим, что самый дорогой продукт (компьютер на базе *Intel* с операционной системой *Windows*) в равновесии Курно оказывается примерно в 5 раз дороже самого дешевого продукта (компьютера на базе *AMD* с операционной

системой *Linux*), процессор *Intel* стоит приблизительно в 2 раза дороже процессора *AMD*, а лицензия на *Windows* — примерно в 1,5 раза дороже процессора *Intel* и примерно в 3 раза дороже процессора *AMD*. При этом (без учета постоянных издержек) прибыль *Intel* превышает прибыль *AMD* в 4 раза, а прибыль *Microsoft* превышает прибыль *Intel* на 12,5%. Данные результаты не вполне очевидны, их содержательному обсуждению в сравнении с реальностью и другими моделями посвящен параграф 3.5.

Равновесие Штакельберга

Проанализируем ситуации равновесия Штакельберга в модели взаимодействия двух конкурирующих поставщиков аппаратного обеспечения с разработчиками коммерческого и некоммерческого программного обеспечения.

Рассмотрим вначале стратегию ценового лидерства компании *Intel*, которая в такой стратегии назначает цену, исходя из предположения, что *AMD* и *Microsoft* будут реагировать в соответствии со своими ценовыми стратегиями Курно:

$$p_I^*(p_A, p_W) = \frac{\alpha_A + \left(2 - \frac{\partial p_A}{\partial p_I}\right)v_I + p_A}{4 - \frac{\partial p_A}{\partial p_I}},$$

$$p_A^*(p_I, p_W) = \frac{p_I + \left(1 - \frac{\partial p_I}{\partial p_A}\right)v_A}{2 - \frac{\partial p_I}{\partial p_A}},$$

$$p_W^*(p_A, p_I) = \frac{\alpha_A + v_W \left(1 + \frac{\partial p_A}{\partial p_W}\right) - p_A}{2 + \frac{\partial p_A}{\partial p_W}}.$$

При этом $\partial p_I / \partial p_A$ считается равной нулю, поэтому $p_A = (p_I + v_A) / 2$, и $\partial p_A / \partial p_I = 1 / 2$, откуда

$$p_I^{\text{PШ-I}}(p_A, p_W) = \frac{2\alpha_A + 3v_I + v_A}{6},$$

$$p_A^{\text{PШ-I}}(p_I, p_W) = \frac{2\alpha_A + 3v_I + 7v_A}{12},$$

$$p_W^{\text{PШ-I}}(p_A, p_I) = \frac{10\alpha_A - 3v_I - 7v_A + 12v_W}{24};$$

$$\pi_I^{\text{PШ-I}} = \frac{q_{\max} (2\alpha_A - 3v_I + v_A)^2}{24\alpha_A} - f_I,$$

$$\pi_A^{\text{PШ-I}} = \frac{q_{\max} (2\alpha_A + 3v_I - 5v_A)^2}{72\alpha_A} - f_A,$$

$$\pi_W^{\text{PШ-I}} = \frac{q_{\max} (10\alpha_A - 3v_I - 7v_A - 12v_W)^2}{576\alpha_A} - f_W.$$

Пренебрегая переменными издержками, получаем, что

$$\pi_I^{\text{PШ-I}} \approx \frac{q_{\max} \alpha_A}{6} - f_I,$$

$$\pi_A^{\text{PШ-I}} \approx \frac{q_{\max} \alpha_A}{18} - f_A,$$

$$\pi_W^{\text{PШ-I}} \approx \frac{25q_{\max} \alpha_A}{144} - f_W.$$

Видим, что стратегия ценового лидерства *Intel* приводит к увеличению прибыли *Intel* (по сравнению с ситуацией равновесия Курно) всего на 0,3%, при этом прибыль *AMD* увеличивается приблизительно на 1,5%, а прибыль *Microsoft* снижается примерно на 1%.

Анализируя устойчивость стратегии ценового лидерства *Intel*, можно заметить, что и *AMD*, и *Microsoft* могут увеличить свою прибыль по сравнению с равновесием Штакельберга, соответствующим образом реагируя на цену *Intel*.

В стратегии ценового лидерства компании *AMD* аналогичные рассуждения приводят к следующим выражениям:

$$p_I^{\text{PШ-A}}(p_A, p_W) = \frac{7\alpha_A + 14v_I + 3v_A}{24} \approx \frac{\alpha_A}{24},$$

$$p_A^{\text{PШ-A}}(p_I, p_W) = \frac{\alpha_A + 2v_I + 3v_A}{6} \approx \frac{\alpha_A}{6},$$

$$p_W^{\text{PШ-A}}(p_A, p_I) = \frac{5\alpha_A - 2v_I - 3v_A + 6v_W}{12} \approx \frac{5\alpha_A}{12};$$

$$\pi_I^{\text{PШ-A}} = \frac{q_{\max} (7\alpha_A - 10v_I + 3v_A)^2}{288\alpha_A} - f_I \approx \frac{49q_{\max}\alpha_A}{288} - f_I,$$

$$\pi_A^{\text{PШ-A}} = \frac{q_{\max} (\alpha_A + 2v_I - 3v_A)^2}{24\alpha_A} - f_A \approx \frac{q_{\max}\alpha_A}{24} - f_A,$$

$$\pi_W^{\text{PШ-A}} = \frac{q_{\max} (5\alpha_A - 2v_I - 3v_A - 6v_W)^2}{144\alpha_A} - f_W \approx \frac{25q_{\max}\alpha_A}{144} - f_W.$$

Замечаем, что стратегия ценового лидерства приводит к снижению прибыли компании *AMD* по сравнению с тем, как если бы *AMD* выступала ведомой, а стратегия ценового лидерства применялась бы компанией *Intel*. Таким образом, ценовое лидерство *AMD* также оказывается неустойчивым.

В заключение заметим, что корпорация *Microsoft* не может выступать ценовым лидером, поскольку функции реакции обоих производителей аппаратного обеспечения не зависят от цены операционной системы.

Полученные результаты кардинально отличаются от своих аналогов на рынках традиционных товаров, и эти отличия объясняются спецификой рынка информационных технологий, на котором переменные издержки пренебрежимо малы, часть товаров (программное обеспечение) не обладает свойством редкости, но в первую очередь тем, что на рынке практикуется инновационный способ распространения товаров — свободное распространение программного обеспечения.

§ 3.4. ВЛИЯНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПИРАТСКИХ КОПИЙ КОММЕРЧЕСКИХ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ НА РЫНОЧНОЕ РАВНОВЕСИЕ

Модель взаимодействия двух конкурирующих поставщиков аппаратного обеспечения с поставщиками коммерческого, некоммерческого и пиратского программного обеспечения

Обсудим модификацию модели рынка аппаратного обеспечения, коммерческих и некоммерческих операционных систем с учетом распространения пиратских копий коммерческих и некоммерческой операционной системы. Введем необходимые дополнительные обозначения:

- | | |
|---|---|
| α_{I+PW} и α_{A+PW} | — максимально возможные цены компьютеров на базе процессоров <i>Intel</i> и <i>AMD</i> с установленной пиратской копией операционной системы <i>Windows</i> ; |
| p_{PW} | — цена пиратской копии операционной системы <i>Windows</i> ; |
| q_{I+PW} и q_{A+PW} | — спрос на компьютеры на базе процессора <i>Intel</i> и <i>AMD</i> с пиратской копией операционной системы <i>Windows</i> ; |
| f_{PW} и v_{PW} | — постоянные и переменные издержки пиратов; |
| $\pi_{PW} = q_{PW}(p_{PW} - v_{PW}) - f_{PW}$ | — прибыль пиратов. |

Тогда спрос на аппаратное обеспечение *Intel* и *AMD*, лицензионные копии операционной системы *Windows*, копии *Linux* и пиратские копии *Windows* выражается как

$$q_I = q_{I+W} + q_{I+PW} + q_{I+L},$$

$$q_A = q_{A+W} + q_{A+PW} + q_{A+L};$$

$$q_W = q_{I+W} + q_{A+W},$$

$$q_L = q_{I+L} + q_{A+L},$$

$$q_{PW} = q_{I+PW} + q_{A+PW}.$$

Будем считать, что с точки зрения пользователя наименее предпочтительным продуктом является компьютер на базе процессора *AMD* с операционной системой *Linux*, и спрос на этот продукт описывается линейной функцией

$$q(p) = q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\alpha_A} \right).$$

Значения спроса определяется выражениями

$$q_{I+W} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W}{\alpha_A} \right) = \frac{q_{\max} (\alpha_A - p_I - p_W)}{\alpha_A};$$

$$\begin{aligned} q_{I+PW} &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_{PW}}{\alpha_A} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_W}{\alpha_A} \right) = \\ &= \frac{q_{\max} (p_A + p_W - p_I - p_{PW})}{\alpha_A}; \end{aligned}$$

$$q_{I+L} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_I}{\alpha_A} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_{PW}}{\alpha_A} \right) = \frac{q_{\max} (p_A + p_{PW} - p_I)}{\alpha_A};$$

$$q_{A+W} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_W}{\alpha_A} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W}{\alpha_A} \right) = \frac{q_{\max} (p_I - p_A)}{\alpha_A};$$

$$q_{A+PW} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_{PW}}{\alpha_A} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_{PW}}{\alpha_A} \right) = \frac{q_{\max} (p_I - p_A)}{\alpha_A};$$

$$q_{A+L} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_A}{\alpha_A} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I}{\alpha_A} \right) = \frac{q_{\max} (p_I - p_A)}{\alpha_A};$$

$$q_I = q_{I+W} + q_{I+PW} + q_{I+L} = \frac{q_{\max} (\alpha_A - p_I - p_W)}{\alpha_A} +$$

$$+ \frac{q_{\max} (p_A + p_W - p_I - p_{PW})}{\alpha_A} + \frac{q_{\max} (p_A + p_{PW} - p_I)}{\alpha_A} = \frac{q_{\max} (\alpha_A + 2p_A - 3p_I)}{\alpha_A};$$

$$q_A = q_{A+W} + q_{A+L} + q_{A+PW} = \frac{3q_{\max}(p_I - p_A)}{\alpha_A};$$

$$q_W = q_{I+W} + q_{A+W} = \frac{q_{\max}(\alpha_A - p_I - p_W)}{\alpha_A} + \frac{q_{\max}(p_I - p_A)}{\alpha_A} = \frac{q_{\max}(\alpha_A - p_A - p_W)}{\alpha_A};$$

$$q_{PW} = q_{I+PW} + q_{A+PW} = \frac{q_{\max}(p_A + p_W - p_I - p_{PW})}{\alpha_A} + \frac{q_{\max}(p_I - p_A)}{\alpha_A} = \frac{q_{\max}(p_W - p_{PW})}{\alpha_A};$$

$$q_L = q_{I+L} + q_{A+L} = \frac{q_{\max}(p_A + p_{PW} - p_I)}{\alpha_A} + \frac{q_{\max}(p_I - p_A)}{\alpha_A} = \frac{q_{\max}p_{PW}}{\alpha_A}.$$

Intel, *AMD*, *Microsoft* и пираты одновременно стремятся получить максимальную прибыль (в отличие от партнерства разработчиков *Linux*, которое такую цель перед собой не ставит):

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_I = (p_I - v_I)q_I - f_I = \frac{q_{\max}(p_I - v_I)(\alpha_A + 2p_A - 3p_I)}{\alpha_A} - f_I \rightarrow \max; \\ \pi_A = (p_A - v_A)q_A - f_A = \frac{3q_{\max}(p_A - v_A)(p_I - p_A)}{\alpha_A} - f_A \rightarrow \max; \\ \pi_W = (p_W - v_W)q_W - f_W = \frac{q_{\max}(p_W - v_W)(\alpha_A - p_A - p_W)}{\alpha_A} - f_W \rightarrow \max; \\ \pi_{PW} = (p_{PW} - v_{PW})q_{PW} - f_{PW} = \frac{q_{\max}(p_{PW} - v_{PW})(p_W - p_{PW})}{\alpha_A} - f_{PW} \rightarrow \max. \end{array} \right.$$

Это и определяет теоретико-игровую постановку задачи.

Условия максимума первого порядка

$$\frac{\partial \pi_I}{\partial p_I} = 0, \quad \frac{\partial \pi_A}{\partial p_A} = 0, \quad \frac{\partial \pi_W}{\partial p_W} = 0, \quad \frac{\partial \pi_{PW}}{\partial p_{PW}} = 0$$

определяют функции реакции игроков:

$$p_I^* = p_I^*(p_A, p_W, p_{PW}) = \frac{\alpha_A + 2p_A + v_I \left(3 - 2 \frac{\partial p_A}{\partial p_I} \right)}{6 - 2 \frac{\partial p_A}{\partial p_I}};$$

$$p_A^* = p_A^*(p_I, p_W, p_{PW}) = \frac{p_I + v_A \left(1 - \frac{\partial p_I}{\partial p_A} \right)}{2 - \frac{\partial p_I}{\partial p_A}};$$

$$p_W^* = p_W^*(p_I, p_A, p_{PW}) = \frac{\alpha_A - p_A + v_W \left(1 + \frac{\partial p_A}{\partial p_W} \right)}{2 + \frac{\partial p_A}{\partial p_W}};$$

$$p_{PW}^* = p_{PW}^*(p_I, p_A, p_W) = \frac{p_W + v_{PW} \left(1 - \frac{\partial p_W}{\partial p_{PW}} \right)}{2 - \frac{\partial p_W}{\partial p_{PW}}}.$$

Такой набор функций реакции свидетельствует об отсутствии в данной игре равновесий Нэша в чистых стратегиях.

Исследуем равновесие Курно (в котором все предположительные вариации полагаются равными нулю):

$$\frac{\partial p_A}{\partial p_I} = \frac{\partial p_I}{\partial p_A} = \frac{\partial p_A}{\partial p_W} = \frac{\partial p_W}{\partial p_{PW}} = 0.$$

В равновесии Курно цены определяются как решение

$$p_I^{\text{PK}} = \frac{\alpha_A + v_A + 3v_I}{5}; \quad p_A^{\text{PK}} = \frac{\alpha_A + 6v_A + 3v_I}{10};$$

$$p_W^{\text{PK}} = \frac{9\alpha_A + 10v_W - 6v_A - 3v_I}{20}; \quad p_{PW}^{\text{PK}} = \frac{9\alpha_A + 30v_{PW} - 6v_A - 3v_I}{40}$$

системы уравнений

$$\begin{cases} p_I = \frac{\alpha_A + 2p_A + 3v_I}{6}; \\ p_A = \frac{p_I + v_A}{2}; \\ p_W = \frac{\alpha_A - p_A + v_W}{2}; \\ p_{PW} = \frac{p_W + v_{PW}}{2}. \end{cases}$$

При этом спрос на продукты составит

$$\begin{aligned} q_{I+W}^{\text{PK}} &= \frac{q_{\max}(\alpha_A - p_I^{\text{PK}} - p_W^{\text{PK}})}{\alpha_A} = \frac{q_{\max}(7\alpha_A + 2v_A - 9v_I - 10v_W)}{20\alpha_A}; \\ q_{I+PW}^{\text{PK}} &= \frac{q_{\max}(p_A^{\text{PK}} + p_W^{\text{PK}} - p_I^{\text{PK}} - p_{PW}^{\text{PK}})}{\alpha_A} = \\ &= \frac{q_{\max}(\alpha_A + 2v_A - 3v_I + 4v_W - 6v_{PW})}{8\alpha_A}; \\ q_{I+L}^{\text{PK}} &= \frac{q_{\max}(p_A^{\text{PK}} + p_{PW}^{\text{PK}} - p_I^{\text{PK}})}{\alpha_A} = \frac{q_{\max}(\alpha_A + 2v_A - 3v_I + 6v_{PW})}{8\alpha_A}; \\ q_{A+W}^{\text{PK}} = q_{A+PW}^{\text{PK}} = q_{A+L}^{\text{PK}} &= \frac{q_{\max}(p_I^{\text{PK}} - p_A^{\text{PK}})}{\alpha_A} = \frac{q_{\max}(\alpha_A - 4v_A + 3v_I)}{10\alpha_A}; \\ q_I^{\text{PK}} &= \frac{q_{\max}(\alpha_A + 2p_A^{\text{PK}} - 3p_I^{\text{PK}})}{\alpha_A} = \frac{3q_{\max}(\alpha_A + v_A - 2v_I)}{5\alpha_A}; \\ q_A^{\text{PK}} &= \frac{3q_{\max}(p_I^{\text{PK}} - p_A^{\text{PK}})}{\alpha_A} = \frac{3q_{\max}(\alpha_A - 4v_A + 3v_I)}{10\alpha_A}; \\ q_W^{\text{PK}} &= \frac{q_{\max}(\alpha_A - p_A^{\text{PK}} - p_W^{\text{PK}})}{\alpha_A} = \frac{q_{\max}(9\alpha_A - 6v_A - 3v_I - 10v_W)}{20\alpha_A}; \\ q_{PW}^{\text{PK}} &= \frac{q_{\max}(p_W^{\text{PK}} - p_{PW}^{\text{PK}})}{\alpha_A} = \frac{q_{\max}(9\alpha_A - 6v_A - 3v_I + 20v_W - 30v_{PW})}{40\alpha_A}; \end{aligned}$$

$$q_L^{\text{PK}} = \frac{q_{\max} p_{PW}^{\text{PK}}}{\alpha_A} = \frac{q_{\max} (9\alpha_A + 30v_{PW} - 6v_A - 3v_I)}{40\alpha_A}.$$

Естественно, суммарный реализованный спрос на аппаратное обеспечение

$$\begin{aligned} q_I^{\text{PK}} + q_A^{\text{PK}} &= \frac{3q_{\max} (\alpha_A + v_A - 2v_I)}{5\alpha_A} + \frac{3q_{\max} (\alpha_A - 4v_A + 3v_I)}{10\alpha_A} = \\ &= \frac{3q_{\max} (3\alpha_A - 2v_A - v_I)}{10\alpha_A} \end{aligned}$$

совпадает с суммарным реализованным спросом на программное обеспечение

$$\begin{aligned} q_W^{\text{PK}} + q_{PW}^{\text{PK}} + q_L^{\text{PK}} &= \frac{q_{\max} (9\alpha_A - 6v_A - 3v_I - 10v_W)}{20\alpha_A} + \\ &+ \frac{q_{\max} (9\alpha_A - 6v_A - 3v_I + 20v_W - 30v_{PW})}{40\alpha_A} + \\ &+ \frac{q_{\max} (9\alpha_A + 30v_{PW} - 6v_A - 3v_I)}{40\alpha_A} = \frac{3q_{\max} (3\alpha_A - 2v_A - v_I)}{10\alpha_A}. \end{aligned}$$

При этом легко видеть, что

$$q_I^{\text{PK}} + q_A^{\text{PK}} = q_W^{\text{PK}} + q_{PW}^{\text{PK}} + q_L^{\text{PK}} = \frac{3q_{\max} (3\alpha_A - 2v_A - v_I)}{10\alpha_A} < \frac{9q_{\max}}{10},$$

т. е. по крайней мере 10% спроса остается неудовлетворенным.

Прибыль участников

$$\pi_I^{\text{PK}} = \frac{3q_{\max} (\alpha_A + v_A - 2v_I)^2}{25\alpha_A} - f_I;$$

$$\pi_A^{\text{PK}} = \frac{3q_{\max} (\alpha_A - 4v_A + 3v_I)^2}{100\alpha_A} - f_A;$$

$$\pi_W^{\text{PK}} = \frac{q_{\max} (9\alpha_A - 10v_W - 6v_A - 3v_I)(9\alpha_A - 6v_A - 3v_I - 10v_W)}{400\alpha_A} - f_W;$$

$$\pi_{PW}^{PK} \\ = \frac{q_{\max}(9\alpha_A - 10v_{PW} - 6v_A - 3v_I)(9\alpha_A + 20v_W - 6v_A - 3v_I - 30v_{PW})}{1600\alpha_A} - f_{PW}.$$

Переменные издержки всех участников рынка близки к нулю, поэтому

$$p_I^{PK} \approx \frac{\alpha_A}{5}; \quad p_A^{PK} \approx \frac{\alpha_A}{10}; \quad p_W^{PK} \approx \frac{9\alpha_A}{20}; \quad p_{PW}^{PK} \approx \frac{9\alpha_A}{40}; \\ q_{I+W}^{PK} = \frac{7q_{\max}}{20}; \quad q_{I+PW}^{PK} = q_{I+L}^{PK} = \frac{q_{\max}}{8}; \quad q_{A+W}^{PK} = q_{A+PW}^{PK} = q_{A+L}^{PK} = \frac{q_{\max}}{10}; \\ q_I^{PK} \approx \frac{3q_{\max}}{5}; \quad q_A^{PK} = \frac{3q_{\max}}{10}; \quad q_W^{PK} = \frac{9q_{\max}}{20}; \quad q_{PW}^{PK} = q_L^{PK} = \frac{9q_{\max}}{40}; \\ \pi_I^{PK} \approx \frac{3q_{\max}\alpha_A}{25} - f_I; \quad \pi_A^{PK} \approx \frac{3q_{\max}\alpha_A}{100} - f_A; \\ \pi_W^{PK} \approx \frac{81q_{\max}\alpha_A}{400} - f_W; \quad \pi_{PW}^{PK} \approx \frac{81q_{\max}\alpha_A}{1600} - f_{PW}.$$

Отсюда

$$p_W^{PK} : p_{PW}^{PK} : p_I^{PK} : p_A^{PK} \approx 18 : 9 : 8 : 4; \\ q_{I+W}^{PK} : q_{I+PW}^{PK} : q_{I+L}^{PK} : q_{A+W}^{PK} : q_{A+PW}^{PK} : q_{A+L}^{PK} \approx 14 : 5 : 5 : 4 : 4 : 4; \\ q_I^{PK} : q_W^{PK} : q_{PW}^{PK} : q_L^{PK} : q_A^{PK} \approx 24 : 18 : 9 : 9 : 3; \\ (\pi_W^{PK} + f_W) : (\pi_I^{PK} + f_I) : (\pi_{PW}^{PK} + f_{PW}) : (\pi_A^{PK} + f_A) \approx 324 : 192 : 81 : 48.$$

Итак, в ситуации равновесия Курно самым дешевым продуктом является процессор *AMD*, процессор *Intel* стоит в два раза дороже, пиратская копия операционной системы *Windows* стоит на 12,5% дороже процессора *Intel*, а лицензионная версия *Windows* — в два раза дороже, чем пиратская.

При этом 30% всех потенциальных пользователей приобретают компьютеры на базе процессоров *AMD*, причем треть из них — с лицензионной операционной системой *Win-*

dows, треть — с пиратской *Windows*, треть — с *Linux*; 60% всех потенциальных пользователей приобретают компьютеры на базе процессоров *Intel*, причем 35% всех потенциальных пользователей приобретают компьютеры на базе *Intel* с установленной лицензионной операционной системой *Windows*, 12,5% приобретают компьютеры на базе *Intel* с установленной пиратской *Windows*, 12,5% приобретают компьютеры на базе *Intel* с установленной *Linux*.

Лицензионную операционную систему *Windows* приобретают 45% всех потенциальных пользователей, 22,5% всех потенциальных пользователей приобретают пиратскую *Windows*, и 22,5% пользуются *Linux*.

Прибыль без вычета постоянных издержек меньше всех у *AMD*, пираты зарабатывают на 68,75% больше, чем *AMD*, прибыль *Intel* в 4 раза превышает прибыль *AMD* (и в 2,37 раза превышает суммарную прибыль пиратов), а прибыль *Microsoft* на 68,75% больше, чем прибыль *Intel*.

Если учесть еще, что постоянные издержки пиратов пренебрежимо малы по сравнению с постоянными издержками других участников рынка, а постоянные издержки *Microsoft* значительно меньше, чем постоянные издержки производителей аппаратного обеспечения, то можно заключить, что прибыль *Microsoft* с учетом издержек существенно больше прибыли любого из остальных участников рынка, а прибыль *AMD* существенно меньше прибыли любого из остальных участников рынка.

Сравнение с равновесием Курно в модели рынка без пиратских копий, в котором

$$p_I^{\text{PK}} \approx \frac{2\alpha_A}{7}; p_A^{\text{PK}} \approx \frac{\alpha_A}{7}; p_W^{\text{PK}} \approx \frac{3\alpha_A}{7};$$

$$\pi_I^{\text{PK}} \approx \frac{8q_{\max}\alpha_A}{49} - f_I; \pi_A^{\text{PK}} \approx \frac{2q_{\max}\alpha_A}{49} - f_A;$$

$$\pi_W^{\text{PK}} \approx \frac{9q_{\max}\alpha_A}{49} - f_W,$$

свидетельствует, что распространение пиратских копий операционной системы *Windows* приводит к увеличению

прибыли *Microsoft* на 24,03%, тогда как прибыль и *Intel*, и *AMD* снижается на 26,5%; цена компьютера на базе *Intel* и *AMD* с операционной системой *Windows* снижается соответственно на 9% и 3,75%, а цена компьютера на базе *Intel* и *AMD* с операционной системой *Linux* снижается на 30%; количество пользователей *Intel*, *AMD* и *Windows* при наличии пиратства возрастает на 5% каждое, а число пользователей *Linux* становится меньше на 47,5%.

Учет распространения базовых и дополнительных программных продуктов

Расширим модель, введя в нее прикладное программное обеспечение — офисные пакеты.

Будем считать, что на рынке представлен комбинированный продукт — аппаратное обеспечение (компьютер) с предустановленной операционной системой и офисным пакетом.

Именно, представлены компьютеры на базе процессоров *Intel* и *AMD*, каждый из которых может продаваться с одной из двух операционных систем (*Windows* и *Linux*).

Операционная система *Microsoft Windows* и офисный пакет *Microsoft Office* распространяется корпорацией *Microsoft* на коммерческой основе путем продажи лицензий, а операционная система *Linux* и офисный пакет *OpenOffice* распространяются сообществами разработчиков свободно и бесплатно.

При этом продаются как лицензионные версии коммерческих программных продуктов, так и их пиратские копии.

Таким образом, потребитель выбирает один из 14 продуктов:

- компьютер на базе процессора *Intel/AMD* с лицензионной / пиратской операционной системой *Windows* и офисным пакетом *Microsoft Office/OpenOffice*;
- компьютер на базе процессора *Intel/AMD* с операционной системой *Linux* и офисным пакетом *OpenOffice*.

Предполагается, что при прочих равных условиях потребитель предпочитает компьютер на базе процессора *Intel* компьютеру на базе процессора *AMD*, компьютер с операционной системой *Windows* компьютеру с операционной системой *Linux*, пакет *Microsoft Office* пакету *OpenOffice*.

Пиратские версии каждого продукта ценятся пользователями меньше, чем лицензионные.

Предполагается, что цена компьютера складывается из цены процессора, цены операционной системы и цены офисного пакета.

Используются следующие дополнительные обозначения: α_{I+W+M} , α_{I+W+PO} , α_{I+W+O} , α_{I+PW+M} , $\alpha_{I+PW+PO}$, α_{I+PW+O} , α_{A+W+M} , α_{A+W+PO} , α_{A+W+O} , α_{A+PW+M} , $\alpha_{A+PW+PO}$ и α_{A+PW+O} — максимально возможные цены персональных компьютеров на базе процессоров *Intel* и *AMD* соответственно с лицензионной / пиратской операционной системой *Windows* и с лицензионным / пиратским офисным пакетом *Microsoft Office* или некоммерческим офисным пакетом *OpenOffice*; p_I и p_A — цены на персональные компьютеры на базе процессоров *Intel* и *AMD*; p_M — цена лицензии на офисный пакет *Microsoft Office*; p_{PM} — цена пиратской копии офисного пакета *Microsoft Office*; q_{I+L+O} , q_{A+L+O} , q_{I+W+M} , q_{I+W+PO} , q_{I+W+O} , q_{I+PW+M} , $q_{I+PW+PO}$, q_{I+PW+O} , q_{A+W+M} , q_{A+W+PO} , q_{A+PW+M} , $q_{A+PW+PO}$ и q_{A+PW+O} — спрос на продукты; f_M — постоянные издержки компании *Microsoft*, π_M — прибыль компании *Microsoft*, π_P — интегральная прибыль пиратов.

В сформулированных предположениях модель взаимодействия поставщиков аппаратного и программного обеспечения выглядит следующим образом.

$$q_j = q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\alpha_j} \right),$$

$$j \in \{A+L+O, I+L+O, I+W+M, A+W+O, A+W+PO, A+PW+M, A+PW+O, A+PW+PO, I+W+M, I+W+O, I+W+PO, I+PW+M, I+PW+O, I+PW+PO\};$$

$$q_I = q_{I+L+O} + q_{I+PW+O} + q_{I+PW+PO} + q_{I+PW+M} + q_{I+W+O} + q_{I+W+PO} + q_{I+W+M},$$

$$q_A = q_{A+L+O} + q_{A+PW+O} + q_{A+PW+PO} + q_{A+PW+M} + q_{A+W+O} + q_{A+W+PO} + q_{A+W+M};$$

$$\begin{aligned}
q_L &= q_{I+L+O} + q_{A+L+O}, \\
q_{PW} &= q_{I+PW+O} + q_{I+PW+PO} + q_{I+PW+M} + q_{A+PW+O} + q_{A+PW+PO} + q_{A+PW+M}, \\
q_W &= q_{I+W+O} + q_{I+W+PO} + q_{I+W+M} + q_{A+W+O} + q_{A+W+PO} + q_{A+W+M}; \\
q_O &= q_{I+L+O} + q_{I+PW+O} + q_{I+W+O} + q_{A+L+O} + q_{A+PW+O} + q_{A+W+O}; \\
q_{PO} &= q_{I+PW+PO} + q_{I+W+PO} + q_{A+PW+PO} + q_{A+W+PO}; \\
q_M &= q_{I+PW+M} + q_{I+W+M} + q_{A+PW+M} + q_{A+W+M}; \\
\pi_I &= q_I(p_I - v_I) - f_I, \\
\pi_A &= q_A(p_A - v_A) - f_A, \\
\pi_M &= q_W(p_W - v_W) + q_M(p_M - v_M) - f_M, \\
\pi_P &= q_{PW}(p_{PW} - v_{PW}) + q_{PO}(p_{PO} - v_{PO}).
\end{aligned}$$

В простейшем случае все α_j равны одной и той же константе α , а все переменные издержки не близки к нулю, а в точности равны нулю. В этом случае

$$\begin{aligned}
q_{I+W+M} &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W + p_M}{\alpha} \right), \\
q_{A+W+M} &= \\
q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_W + p_M}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W + p_M}{\alpha} \right) &= \frac{q_{\max}(p_I - p_A)}{\alpha}, \\
q_{I+W+PO} &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W + p_{PO}}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_W + p_M}{\alpha} \right) = \\
&= \frac{q_{\max}(p_A + p_M - p_I - p_{PO})}{\alpha}, \\
q_{A+W+PO} &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_W + p_{PO}}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W + p_{PO}}{\alpha} \right) = \\
&= \frac{q_{\max}(p_I - p_A)}{\alpha}, \\
q_{I+W+O} &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_W + p_{PO}}{\alpha} \right) = \\
&= \frac{q_{\max}(p_A + p_{PO} - p_I)}{\alpha},
\end{aligned}$$

$$q_{A+W+O} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_W}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_W}{\alpha} \right) = \frac{q_{\max}(p_I - p_A)}{\alpha},$$

$$\begin{aligned} q_{I+PW+M} &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_{PW} + p_M}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_W}{\alpha} \right) = \\ &= \frac{q_{\max}(p_A + p_W - p_I - p_{PW} - p_M)}{\alpha}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{A+PW+M} &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_{PW} + p_M}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_{PW} + p_M}{\alpha} \right) = \\ &= \frac{q_{\max}(p_I - p_A)}{\alpha}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{I+PW+PO} &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_{PW} + p_{PO}}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_{PW} + p_M}{\alpha} \right) = \\ &= \frac{q_{\max}(p_A + p_M - p_I - p_{PO})}{\alpha}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{A+PW+PO} &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_{PW} + p_{PO}}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_{PW} + p_{PO}}{\alpha} \right) = \\ &= \frac{q_{\max}(p_I - p_A)}{\alpha}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{I+PW+O} &= q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_{PW}}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_{PW} + p_{PO}}{\alpha} \right) = \\ &= \frac{q_{\max}(p_A + p_{PO} - p_I)}{\alpha}, \end{aligned}$$

$$q_{A+PW+O} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_{PW}}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I + p_{PW}}{\alpha} \right) = \frac{q_{\max}(p_I - p_A)}{\alpha},$$

$$q_{I+L+O} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_I}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_{PW}}{\alpha} \right) = \frac{q_{\max}(p_A + p_{PW} - p_I)}{\alpha},$$

$$q_{I+L+O} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_I}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_A + p_{PW}}{\alpha} \right) = \frac{q_{\max}(p_A + p_{PW} - p_I)}{\alpha},$$

$$q_{A+L+O} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_A}{\alpha} \right) - q_{\max} \left(1 - \frac{p_I}{\alpha} \right) = \frac{q_{\max}(p_I - p_A)}{\alpha},$$

$$\begin{aligned}
q_I &= \frac{q_{\max}(\alpha + 6p_A - 7p_I)}{\alpha}, \\
q_A &= \frac{7q_{\max}(p_I - p_A)}{\alpha}, \\
q_{PW} &= \frac{q_{\max}(p_W - p_{PW})}{\alpha}, \\
q_W &= \frac{q_{\max}(\alpha - p_A - p_W)}{\alpha}, \\
q_M &= \frac{q_{\max}(\alpha - 2p_M - p_A - p_{PW})}{\alpha}, \\
q_{PO} &= \frac{2q_{\max}(p_M - p_{PO})}{\alpha}; \\
\pi_I &= \frac{q_{\max}(\alpha + 6p_A - 7p_I)p_I}{\alpha} - f_I, \\
\pi_A &= \frac{7q_{\max}(p_I - p_A)p_A}{\alpha} - f_A, \\
\pi_M &= \frac{q_{\max}(\alpha - p_A - p_W)p_W}{\alpha} + \frac{q_{\max}(\alpha - 2p_M - p_A - p_{PW})p_M}{\alpha} - f_M, \\
\pi_P &= \frac{q_{\max}(p_W - p_{PW})p_{PW}}{\alpha} + \frac{2q_{\max}(p_M - p_{PO})p_{PO}}{\alpha}.
\end{aligned}$$

Условия максимума прибыли с учетом нулевых перекрестных эластичностей дают возможность записать функции реакции производителей:

$$\frac{\partial \pi_I}{\partial p_I} = 0 \Leftrightarrow p_I = \frac{\alpha + 6p_A}{14},$$

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial p_I} = 0 \Leftrightarrow p_A = \frac{p_I}{2},$$

$$\frac{\partial \pi_M}{\partial p_W} = 0 \Leftrightarrow p_W = \frac{\alpha - p_A}{2},$$

$$\frac{\partial \pi_M}{\partial p_M} = 0 \Leftrightarrow p_M = \frac{\alpha - p_A - p_{PW}}{4},$$

$$\frac{\partial \pi_M}{\partial p_{PW}} = 0 \Leftrightarrow p_{PW} = \frac{p_W}{2},$$

$$\frac{\partial \pi_M}{\partial p_{PO}} = 0 \Leftrightarrow p_{PO} = \frac{p_M}{2}.$$

Решая систему уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} p_I = \frac{\alpha + 6p_A}{14}, \\ p_A = \frac{p_I}{2}, \\ p_W = \frac{\alpha - p_A}{2}, \\ p_M = \frac{\alpha - p_A - p_{PW}}{4}, \\ p_{PW} = \frac{p_W}{2}, \\ p_{PO} = \frac{p_M}{2}, \end{array} \right.$$

определяем точку равновесия Курно:

$$\begin{aligned} p_I &= \frac{64\alpha}{704}, & p_A &= \frac{32\alpha}{704}, \\ p_W &= \frac{336\alpha}{704}, & p_{PW} &= \frac{168\alpha}{704}, & p_M &= \frac{126\alpha}{704}, & p_{PO} &= \frac{63\alpha}{704}, \\ q_I &= \frac{448q_{\max}}{704}, & q_A &= \frac{224q_{\max}}{704}, \\ q_{PW} &= \frac{168q_{\max}}{704}, & q_W &= \frac{336q_{\max}}{704}, & q_M &= \frac{252q_{\max}}{704}, & q_{PO} &= \frac{126q_{\max}}{704}, \\ \pi_I &= \frac{28672\alpha q_{\max}}{704^2} - f_I, & \pi_A &= \frac{7168\alpha q_{\max}}{704^2} - f_A, \\ \pi_M &= \frac{144648\alpha q_{\max}}{704^2} - f_M, & \pi_P &= \frac{36162\alpha q_{\max}}{704^2}. \end{aligned}$$

Видим, что самый дорогой продукт — операционная система *Windows* — в равновесии Курно оказывается примерно в 10 раз дороже самого дешевого продукта — процес-

сора *AMD*, пиратские копии продаются ровно в два раза дешевле лицензионных аналогов, прибыль *Microsoft* примерно в 5 раз превышает прибыль *Intel* и примерно в 20 раз прибыль *AMD*, интегральная прибыль пиратов оказывается больше прибыли *Intel*.

§ 3.5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Первый вопрос, который следует обсудить — соответствие названий параграфов этой главы (в которых говорится о программном обеспечении вообще) и их содержания (где речь идет о конкретных весьма специфических программных продуктах, прежде всего, об операционных системах *Microsoft Windows* и *Linux*).

На самом деле в работе рассматриваются композитные продукты, состоящие из компьютера с установленным системным и прикладным программным обеспечением, причем на рынке присутствуют взаимозаменяемые коммерческие и некоммерческие системные и прикладные программные продукты, а также пиратские копии коммерческого программного обеспечения.

В качестве модельного системного программного обеспечения рассматривается операционная система, а в качестве модельного прикладного программного обеспечения — офисный пакет.

Те же результаты останутся справедливыми и для композитного продукта, в котором, например, под «аппаратным обеспечением» понимается компьютер с установленной операционной системой, под «системным программным обеспечением» — сервер баз данных, а под «прикладным программным обеспечением» — *CRM*-система.

Можно под «аппаратным обеспечением» понимать компьютер с установленной операционной системой, под «системным программным обеспечением» — веб-сервер, а под «прикладным программным обеспечением» — функциональность для создания порталов.

Результаты разделения рынка и установления равновесных цен не будут зависеть от назначения продукта.

Выбор популярных операционных систем и офисных пакетов в качестве модельного программного обеспечения продиктован наибольшим развитием именно этого сегмента рынка, где конкуренция коммерческого, некоммерческого и пиратского программного обеспечения в настоящее время наиболее сильна, а также наличием статистических данных.

В частности, полученные с помощью моделирования выводы о разделении рынка программного обеспечения между пользователями лицензионных копий коммерческой операционной системы *Windows* (45% всех потенциальных пользователей), пиратских копий операционной системы *Windows* и некоммерческой операционной системы *Linux* (по 22,5%) вполне согласуются с приведенными в параграфе 1.3 статистическими данными об американском рынке программного обеспечения (на котором эти доли составляют 45%, 20% и 20% соответственно).

Это позволяет заключить, что рынок программного обеспечения в США близок к состоянию равновесия. Большинство стран Западной Европы находятся от него чуть дальше, а другие страны, в том числе Россия, пока от равновесия далеки.

При этом реальные данные о соотношении выручки корпораций *Microsoft*, *Intel* и *AMD*, приведенные в параграфе 1.3 и свидетельствующие о том, что объем продаж *Microsoft* в 1,3 и 9,2 раза превышает объемы продаж соответственно *Intel* и *AMD*, а объем продаж *Intel* в 7,2 раза больше, чем объем продаж *AMD*, также в определенной степени согласуются с выводами о том, что прибыль без учета постоянных издержек (т. е. выручка) *Intel* в 4 раза превышает выручку *AMD*, а выручка *Microsoft* на 68,75% больше, чем выручка *Intel*.

Расхождения объясняются тем, что мировой рынок программного обеспечения далек от равновесия.

Например, суммарная выручка пиратов (или, в терминологии компании *IDC*, ущерб от пиратства) в 2009 г. составила 51,41 млрд. долл., что на 800% превышает выручку корпорации *AMD*, тогда как результаты моделирования говорят лишь о 68%-ном превышении.

Но на американском рынке ситуация другая — выручка пиратов равна 8,39 млрд. долл., а выручка *AMD*

от продаж на американском рынке составляет значительную часть в общем объеме продаж *AMD* (5,4 млрд. долл.), и отношение выручки пиратов к выручке *AMD* гораздо ближе к модельному показателю 1,68.

Требует пояснения и результат, заключающийся в том, что равновесная цена пиратской копии коммерческого программного обеспечения выше цены микропроцессора.

На самом деле, на современном рынке пиратские копии распространяются бесплатно для пользователей через пиринговые сети (или почти бесплатно на жестких носителях), однако следует учесть высокие штрафы, накладываемые на пользователей нелегальных копий программного обеспечения, например, в США, Западной Европе и ряде других стран, с учетом которых стоимость использования пиратских копий становится, действительно, существенно выше стоимости аппаратного обеспечения. Например, ст. 1301 Гражданского кодекса Российской Федерации предусматривает гражданскую ответственность за незаконное использование компьютерных программ в размере от 10 тыс. до 5 млн. руб. [28], законодательство США об авторском праве предполагает гражданскую ответственность за незаконное использование компьютерных программ в размере до 150 тыс. долл. и уголовное наказание в виде пяти лет лишения свободы и штрафа в размере до 250 тыс. долл. Величина реально взимаемых компенсаций больше в тех странах, которые ближе к равновесию.

Результаты моделирования равновесия на рынке аппаратного и программного обеспечения с учетом доходов разработчиков программного обеспечения от продажи дополнительных к базовому программных продуктов согласуются с реальной ситуацией хуже, чем без учета дополнительных доходов.

Это, по-видимому, объясняется нынешним несущественным влиянием на рыночную ситуацию конкуренции офисных пакетов, связанным, прежде всего, с меньшей мотивацией пользователей офисных пакетов к использованию некоммерческих продуктов.

Однако тенденции развития рынка программного обеспечения позволяют предположить, что в скором време-

ни число пользователей некоммерческих офисных пакетов существенно вырастет.

Следует также отметить, что на самом деле операционные системы *Windows* и *Linux* все же различаются своим назначением и пользователями.

В данной работе эти операционные системы предполагаются взаимозаменяемыми, и хотя, действительно, они не являются полными аналогами с точки зрения пользователей, тенденции развития рынка таковы, что сейчас в сегменте серверных операционных систем *Windows* и *Linux* занимают каждая примерно по 40%, хотя 17 лет назад 100% рынка было занято коммерческими продуктами.

В последние годы все больше и больше пользователей рабочих станций переходят на некоммерческие операционные системы, например, государственные органы Китая, Почта России, много молодежи, и это дает основания считать, что в ближайшем будущем разница в потребительском выборе между коммерческими и некоммерческими программными продуктами станет еще менее заметна — в том числе, и на рынке делового прикладного программного обеспечения.

В четвертой главе работы как раз рассматривается рынок с обучением, на котором потребительская ценность продукта зависит от числа действующих пользователей этого продукта.

РЕЗЮМЕ

Если *Microsoft* и *Intel* являются производителями — монополистами, то для описания рынка информационных технологий подходит модификация предложенной А. Курно в 1838 г. модели, в которой оптимальная цена лицензии на операционную систему должна быть равна цене микропроцессора, а сумма прибыли и постоянных издержек у *Microsoft* и *Intel* совпадают.

При этом в условиях совершенной конкуренции поставщиков аппаратного обеспечения и монопольного положения *Microsoft* на рынке операционных систем спрос на персональные компьютеры демонстрирует высокую эла-

стичность по цене операционной системы (даже с учетом доходов *Microsoft* от комплементарных продуктов, например, от продажи лицензий на офисный пакет *Microsoft Office*).

В модели взаимодействия двух конкурирующих поставщиков операционных систем (*Microsoft* и *Linux*) с монопольным производителем аппаратного обеспечения (*Intel*) оптимальная цена аппаратного обеспечения приблизительно в два раза выше оптимальной цены лицензии на операционную систему, а сумма прибыли и постоянных издержек у *Microsoft* примерно в четыре раза меньше, чем у *Intel*.

В модели взаимодействия двух конкурирующих поставщиков аппаратного обеспечения (*Intel* и *AMD*) с двумя конкурирующими поставщиками операционных систем (*Microsoft* и *Linux*) не существует равновесия Нэша, т. е. участники рынка должны постоянно изменять цены на свои продукты.

В равновесии Курно на рынке двух типов аппаратного обеспечения (*Intel* и *AMD*), коммерческих и некоммерческих операционных систем (*Microsoft Windows* и *Linux*) самый дорогой продукт (компьютер на базе *Intel* с операционной системой *Windows*) оказывается примерно в 5 раз дороже самого дешевого продукта (компьютера на базе *AMD* с операционной системой *Linux*), процессор *Intel* стоит приблизительно в 2 раза дороже процессора *AMD*, а лицензия на *Windows* — примерно в 1,5 раза дороже процессора *Intel* и примерно в 3 раза дороже процессора *AMD*.

При этом (без учета постоянных издержек) прибыль *Intel* превышает прибыль *AMD* в 4 раза, а прибыль *Microsoft* превышает прибыль *Intel* на 12,5%.

Стратегия ценового лидерства *Intel* приводит к увеличению прибыли *Intel* (по сравнению с ситуацией равновесия Курно) всего на 0,3%, при этом прибыль *AMD* увеличивается приблизительно на 1,5%, а прибыль *Microsoft* снижается примерно на 1%.

При этом и *AMD*, и *Microsoft* могут увеличить свою прибыль по сравнению с равновесием Штакельберга, соответствующим образом реагируя на цену *Intel*.

Если ценовым лидером выступит *AMD*, то такая стратегия приведет к снижению прибыли компании *AMD* по сравнению с тем, как если бы она выступала ведомой, а стратегия ценового лидерства применялась бы компанией *Intel*.

Корпорация *Microsoft* не может выступать ценовым лидером, поскольку функции реакции обоих производителей аппаратного обеспечения не зависят от цены операционной системы.

В равновесии Курно на рынке двух типов аппаратного обеспечения (*Intel* и *AMD*), коммерческих и некоммерческих операционных систем (*Microsoft Windows* и *Linux*) и их пиратских копий самым дешевым продуктом является компьютер на базе процессора *AMD*, компьютер на базе процессора *Intel* стоит в два раза дороже, пиратская копия операционной системы *Windows* стоит на 12,5% дороже компьютера на базе *Intel*, а лицензионная версия *Windows* — в два раза дороже, чем пиратская.

При этом 30% всех потенциальных пользователей приобретают компьютеры на базе процессоров *AMD*, причем треть из них — с лицензионной *Windows*, треть — с пиратской *Windows*, треть — с *Linux*; 60% всех потенциальных пользователей приобретают компьютеры на базе процессоров *Intel*, причем 35% всех потенциальных пользователей приобретают компьютеры на базе *Intel* с установленной лицензионной *Windows*, 12,5% приобретают компьютеры на базе *Intel* с установленной пиратской *Windows*, 12,5% приобретают компьютеры на базе *Intel* с установленной *Linux*.

Лицензионную операционную систему *Windows* приобретают 45% всех потенциальных пользователей, 22,5% всех потенциальных пользователей приобретают пиратскую *Windows*, и 22,5% пользуются *Linux*.

Прибыль без вычета постоянных издержек меньше всего у *AMD*, пираты зарабатывают на 69% больше, чем *AMD*, прибыль *Intel* в 4 раза превышает прибыль *AMD* (и в 2,37 раза превышает суммарную прибыль пиратов), а прибыль *Microsoft* на 69% больше, чем прибыль *Intel*.

Сравнение с равновесием Курно в модели рынка без пиратских копий свидетельствует, что распространение пи-

ратских копий *Windows* приводит к увеличению прибыли *Microsoft* на 24%, тогда как прибыль и *Intel*, и *AMD* снижается на 27%; цена компьютера на базе *Intel* и *AMD* с операционной системой *Windows* снижается соответственно на 9% и 4%, а цена компьютера на базе *Intel* и *AMD* с операционной системой *Linux* снижается на 30%; количество пользователей *Intel*, *AMD* и *Windows* при наличии пиратства возрастает на 5% каждое, а число пользователей *Linux* становится меньше на 48%.

В равновесии Курно на рынке двух типов аппаратного обеспечения (*Intel* и *AMD*), коммерческих и некоммерческих операционных систем (*Microsoft Windows* и *Linux*), коммерческих и некоммерческих офисных пакетов (*Microsoft Office* и *OpenOffice*) и пиратских копий коммерческого программного обеспечения самый дорогой продукт — *Windows* — в равновесии Курно оказывается примерно в 10 раз дороже самого дешевого продукта — процессора *AMD*, пиратские копии продаются ровно в два раза дешевле лицензионных аналогов, прибыль *Microsoft* примерно в 5 раз превышает прибыль *Intel* и примерно в 20 раз превышает прибыль *AMD*, интегральная прибыль пиратов оказывается больше прибыли *Intel*.

ГЛАВА 4. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СМЕШАННОЙ ДУОПОЛИИ ПРОИЗВОДИТЕЛЕЙ КОММЕРЧЕСКОГО И НЕКОММЕРЧЕСКОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

§ 4.1. ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

В данной главе анализируется смешанная дуополия производителей коммерческого программного обеспечения (для определенности, серверной операционной системы *Microsoft Windows*) и некоммерческого (для определенности, *Linux*) путем математического моделирования с использованием аппарата теории оптимального управления.

Описываемая в этой главе модель, предложенная и исследованная в работах [131, 132, 134, 142] (2008—2009 гг.), продолжает исследования конкуренции в динамике, проведенные в работах А. М. Спенса [169] и Д. Росса [124], и вплотную примыкает к модели, предложенной Р. Касадедусом-Масанеллом и П. Гемаватом [47].

Основное отличие данной модели от модели Касадедуса-Масанелла — Гемавата состоит в том, что рынок предполагается линейно растущим с темпом роста a : в единицу времени на рынок приходят a новых пользователей, т. е. суммарное число пользователей на рынке серверных операционных систем к моменту времени t равно $N(t) = N_0 + at$.

Будем считать, что каждый новый пользователь выбирает один и только один продукт: или приобретает лицензионную копию *Windows*, или бесплатно скачивает копию *Linux*.

Через $n_W(t)$ и $n_L(t)$ обозначим суммарное число пользователей, использующих на момент t операционные системы *Windows* и *Linux* соответственно.

Если обозначить $q(t)$ долю новых пользователей, входящих на рынок в момент t и приобретающих *Windows*, то доля новых пользователей, приобретающих в этот момент *Linux*, составит $1 - q(t)$, поэтому

$$n_W(t) = \int_0^t a q(\tau) d\tau, \quad (4.1.1)$$

$$n_L(t) = \int_0^t a(1 - q(\tau)) d\tau. \quad (4.1.2)$$

Цена некоммерческого продукта *Linux* предполагается нулевой (или равной предельным издержкам), а коммерческий производитель *Microsoft* принимает решение об установлении цены лицензии на использование продукта *Windows* в размере p ден. ед.

Определим технологические траектории операционных систем по Р. Фостеру [178].

Функции спроса на *Windows*

$$p = \alpha_W(n_W(t), n_L(t))(1 - q)$$

и на *Linux*

$$p = \alpha_L(n_W(t), n_L(t))(1 - q)$$

считаются в модели линейными в каждый момент времени, но их наклон предполагается динамически изменяющимся в зависимости от объемов рынка, занятых обоими продуктами.

На рис. 4.1.1 представлены сечения функций спроса на *Windows* (жирная сплошная линия) и на *Linux* (жирная пунктирная линия) в фиксированный момент времени t .

Эти функции спроса показывают, как высоко пользователь оценивает каждую из операционных систем, например, на рис. 4.1.1 доля пользователей $q(t)$ оценивает *Windows* дороже, чем p ден. ед., а доля $1 - q(t)$ — дешевле, чем p ден. ед.

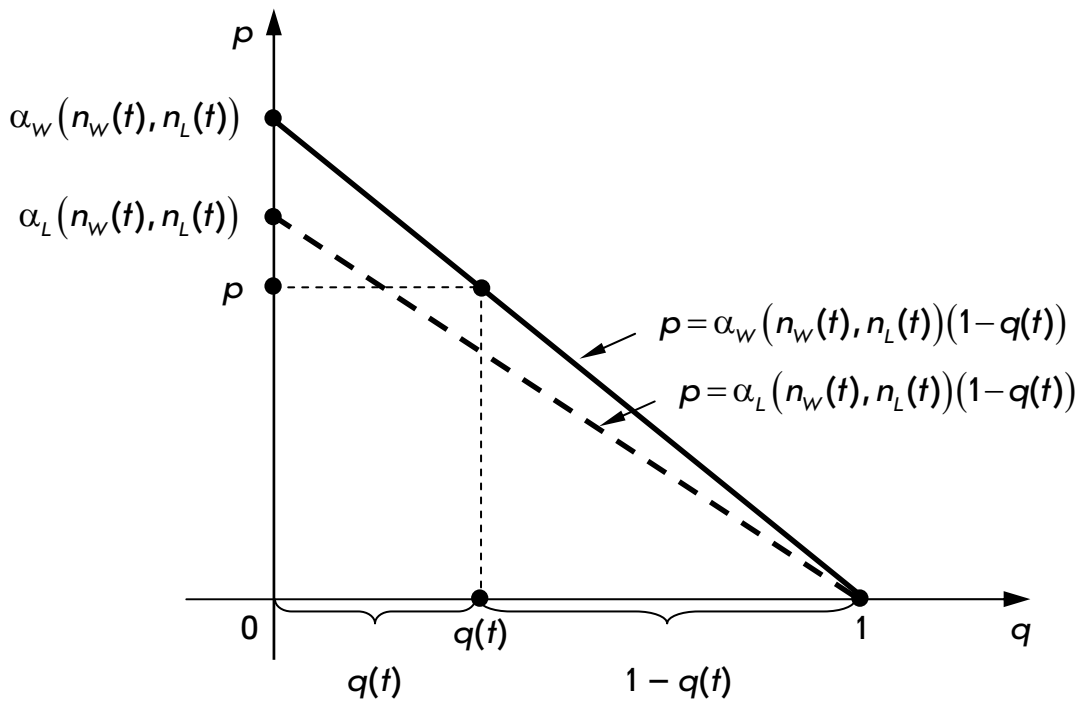


Рис. 4.1.1. *Спрос на Windows и Linux*

Несмотря на то, что *Linux* распространяется бесплатно, функция спроса этой операционной системы не сливается с осью абсцисс: в момент времени t для любого числа $p \in [0; \alpha_L(n_W(t), n_L(t))]$ часть пользователей готова заплатить за эту операционную систему сумму, превышающую p ден. ед.

Очевидно, на сегодняшний день функция спроса на *Linux* является более полой, чем функция спроса на *Windows*: в противном случае при нулевой цене *Linux* все пользователи приобретали бы только эту операционную систему — как имеющую наибольшую потребительскую ценность и при этом предлагающуюся бесплатно, но на реальном рынке это не так.

Функции $\alpha_W(n_W(t), n_L(t))$ и $\alpha_L(n_W(t), n_L(t))$, следуя Р. Фостеру [178], будем называть *технологическими траекториями*.

Будем считать, что технологические траектории в каждый момент времени t определяются взвешенной разностью

$$y(t) = \tilde{y}(n_W(t), n_L(t)) = n_W(t) - sn_L(t) \quad (4.1.3)$$

долей рынка, занимаемых операционными системами *Windows* и *Linux*:

$$\alpha_W(n_W(t), n_L(t)) = \tilde{\alpha}_W(n_W(t) - sn_L(t)) = \quad (4.1.4)$$

$$= \tilde{\alpha}_W(\tilde{y}(n_W(t), n_L(t))) = \tilde{\alpha}_W(y(t)),$$

$$\alpha_L(n_W(t), n_L(t)) = \tilde{\alpha}_L(n_W(t) - sn_L(t)) = \quad (4.1.5)$$

$$= \tilde{\alpha}_L(\tilde{y}(n_W(t), n_L(t))) = \tilde{\alpha}_L(y(t)).$$

При $s = 1$ технологические траектории определяются просто разностью суммарного числа пользователей *Windows* и суммарного числа пользователей *Linux* к данному моменту времени.

В общем случае константа s определяет характер обучения пользователей: поскольку

$$s = -\frac{\partial \tilde{y}}{\partial n_L},$$

при $s > 1$ увеличение числа $n_L(t)$ пользователей *Linux* больше усиливает бренд *Linux*, чем ослабляет бренд *Windows*, а при $s < 1$ — наоборот.

Предполагается, что технологические траектории $\alpha_W(n_W(t), n_L(t))$ и $\alpha_L(n_W(t), n_L(t))$ удовлетворяют следующим естественным допущениям:

- с ростом размера рынка, занимаемого каждым из продуктов, его потребительская ценность растет:

$$\frac{\partial \alpha_W(n_W(t), n_L(t))}{\partial n_W} > 0; \quad \frac{\partial \alpha_L(n_W(t), n_L(t))}{\partial n_L} > 0;$$

- потребительская ценность каждой из операционных систем конечна, даже если все пользователи будут использовать эту операционную систему:

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \tilde{\alpha}_W(y) = \bar{\alpha}_W < +\infty; \quad \lim_{y \rightarrow -\infty} \tilde{\alpha}_L(y) = \bar{\alpha}_L < +\infty;$$

- потребительская ценность операционной системы, которой никто не пользуется, а все пользуются конкурирующим продуктом, равна нулю:

$$\lim_{y \rightarrow -\infty} \tilde{\alpha}_W(y) = \lim_{y \rightarrow +\infty} \tilde{\alpha}_L(y) = 0.$$

Замечание 1. Из первого предположения следует, в частности, что

$$\frac{\partial \alpha_W(n_W(t), n_L(t))}{\partial n_L} < 0; \quad \frac{\partial \alpha_L(n_W(t), n_L(t))}{\partial n_W} < 0,$$

т. е. с ростом размера рынка, занимаемого каждым из продуктов, потребительская ценность конкурирующего продукта снижается.

Замечание 2. Из данных предположений следует, очевидно, что $\forall y \in (-\infty; +\infty) \quad \tilde{\alpha}_W(y) \geq 0; \quad \tilde{\alpha}_L(y) \geq 0.$

Замечание 3. Будем считать, что потенциальная потребительская ценность *Linux* выше, чем *Windows*: $\bar{\alpha}_W < \bar{\alpha}_L.$

Обозначим y° решение уравнения

$$\tilde{\alpha}_W(y) = \tilde{\alpha}_L(y) \text{ —}$$

оно соответствует такому разделению рынка между *Windows* и *Linux*, при котором потребительская оценка этих продуктов одинакова. Положим

$$\beta(y) = \tilde{\alpha}_W(y) - \tilde{\alpha}_L(y) \tag{4.1.6}$$

и будем считать, что

$$\forall y > y^\circ \quad \frac{d^2 \beta}{dy^2} \leq 0,$$

т. е. что с увеличением объема рынка, занимаемого операционной системой *Windows*, влияние структуры рынка на разницу между потребительскими ценностями операционных систем уменьшается.

Замечание 4. Из сделанных предположений следует, очевидно, что y° существует и единственно.

§ 4.2. МОНОПОЛИЯ ЕДИНСТВЕННОГО ПРОИЗВОДИТЕЛЯ КОММЕРЧЕСКОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Задача оптимального управления ценой лицензии на коммерческий программный продукт для получения максимальной интегральной дисконтированной прибыли на монопольном рынке

Рассмотрим вначале случай, когда на рынке присутствует только коммерческий продукт *Windows*.

Его производитель — *Microsoft* — стремится так управлять ценой лицензии $p(t)$, чтобы обеспечить себе *максимум интегрального дисконтированного (по непрерывной ставке δ) дохода*

$$J = \int_0^{+\infty} aq(t)p(t)e^{-\delta t} dt \rightarrow \max \quad (4.2.1)$$

при условиях

$$\frac{dy}{dt} = aq(t); \quad (4.2.2)$$

$$p(t) = \tilde{\alpha}_w(y(t))(1 - q(t)); \quad (4.2.3)$$

$$p(t) \geq 0.$$

Постановка задачи максимизации дохода (а не прибыли) в данном случае оправдана, ввиду того, что речь идет о стадии распространения, когда производитель уже понес постоянные издержки по разработке продукта, а переменные издержки по его тиражированию близки к нулю (и включены в цену лицензии).

Исследование модели

Свойства оптимальной стратегии производителя коммерческого программного обеспечения на монопольном

рынке определяются следующим утверждением ([131, 132], 2008 г.).

УТВЕРЖДЕНИЕ 4.2.1. *Оптимальная стратегия монопольного производителя коммерческого программного обеспечения, обеспечивающая неограниченный рост рынка и бесконечную интегральную дисконтированную прибыль, на больших временах соответствует установлению цены лицензии на уровне половины от потенциальной потребительской ценности данного программного обеспечения; при этом мгновенная прибыль равна четверти произведения темпа роста рынка на потенциальную потребительскую ценность продукта.*

Доказательство. Выразим из формулы (4.2.3)

$$q(t) = 1 - \frac{p(t)}{\tilde{\alpha}_w(y(t))} \quad (4.2.4)$$

и подставим в (4.2.1) и (4.2.2), тогда задача примет следующий вид:

$$J = \int_0^{+\infty} a \left(1 - \frac{p(t)}{\tilde{\alpha}_w(y(t))} \right) p(t) e^{-\delta t} dt \rightarrow \max$$

при условиях

$$\frac{dy}{dt} = a \left(1 - \frac{p(t)}{\tilde{\alpha}_w(y(t))} \right);$$

$$p(t) \geq 0.$$

Составим гамильтониан [сопряженную переменную обозначим $m(t)e^{-\delta t}$]:

$$\begin{aligned} H &= a \left(1 - \frac{p(t)}{\tilde{\alpha}_w(y(t))} \right) p(t) e^{-\delta t} + m(t) e^{-\delta t} a \left(1 - \frac{p(t)}{\tilde{\alpha}_w(y(t))} \right) = \\ &= a e^{-\delta t} \left(1 - \frac{p(t)}{\tilde{\alpha}_w(y(t))} \right) (p(t) + m(t)). \end{aligned}$$

Запишем необходимые условия принципа максимума Понтрягина:

$$\frac{\partial H}{\partial p} = 0 \Leftrightarrow p(t) = \frac{\tilde{\alpha}_w(y(t)) - m(t)}{2}; \quad (4.2.5)$$

$$\frac{d(m(t)e^{-\delta t})}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial y} \Leftrightarrow \frac{dm}{dt} = \delta m(t) - \frac{a\tilde{\alpha}'_w(y(t))p(t)(p(t) + m(t))}{\tilde{\alpha}_w^2(y(t))}; \quad (4.2.6)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial H}{\partial(m(t)e^{-\delta t})} \Leftrightarrow \frac{dy}{dt} = a\left(1 - \frac{p(t)}{\tilde{\alpha}_w(y(t))}\right). \quad (4.2.7)$$

Подставляя выражение $c(t)$ из (4.2.5) в (4.2.6) и (4.2.7), получаем соответственно:

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \delta m(t) - \frac{a\tilde{\alpha}'_w(y(t))(\tilde{\alpha}_w^2(y(t)) - m^2(t))}{4\tilde{\alpha}_w^2(y(t))}; \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{a}{2}\left(1 + \frac{m(t)}{\tilde{\alpha}_w(y(t))}\right). \end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y^*(t) = +\infty,$$

поэтому

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{\alpha}_w(y(t)) = \bar{\alpha}_w,$$

т. е. с ростом объема продаж функция спроса перестает изменяться:

$$p = \bar{\alpha}_w(1 - q),$$

значит,

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} p^*(t) = \frac{\bar{\alpha}_w}{2},$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} m^*(t) = +\infty,$$

и из формулы (4.2.4)

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} q^*(t) = \frac{1}{2}.$$

Мгновенная прибыль при этом равна

$$\pi^* = \lim_{t \rightarrow +\infty} (aq^*(t)p^*(t)) = \frac{a\bar{\alpha}_w}{4}.$$

Утверждение полностью доказано. \square

Установление предельной цены на уровне половины от потенциальной потребительской ценности продукта соответствует классическому выводу для монопольной статике, воспроизведенным в параграфе 2.3.

Запомним этот результат, чтобы сравнить его со случаем дуополии.

§ 4.3. СМЕШАННАЯ ДУОПОЛИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЕЙ КОММЕРЧЕСКОГО И НЕКОММЕРЧЕСКОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Задача оптимального управления ценой лицензии на коммерческий программный продукт для получения максимальной интегральной дисконтированной прибыли в конкуренции с некоммерческим продуктом-заменителем

Перейдем теперь к основному предмету данной главы — исследованию динамики конкурентной борьбы производителей коммерческого и некоммерческого программных продуктов.

Так как функции спроса на *Windows* и *Linux* заданы формулами (4.1.4) и (4.1.5) соответственно, при этом *Linux* распространяется свободно, а *Windows* в момент t продается по цене $p(t) \geq 0$, цена *Windows*, при которой пользователю будет безразличен выбор между коммерческим и некоммерческим продуктами, определяется формулой

$$\tilde{\alpha}_W(y(t))(1-q(t)) - p(t) = \tilde{\alpha}_L(y(t))(1-q(t)).$$

Отсюда

$$p(t) = (\tilde{\alpha}_W(y(t)) - \tilde{\alpha}_L(y(t)))(1-q(t))$$

или

$$p(t) = \beta(y(t))(1-q(t)),$$

где функция $\beta(y)$ определена формулой (4.1.6).

Иными словами, если в момент времени t *Microsoft* устанавливает цену лицензии на *Windows*, равную $p(t)$, то доля

$$q(t) = 1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))}$$

новых пользователей, которые в данный момент считают, что разность между потребительскими ценностями *Windows* и *Linux* превышает цену лицензии *Windows*, приобретет легальные копии этой коммерческой операционной системы, а оставшаяся часть

$$1 - q(t) = \frac{p(t)}{\beta(y(t))}$$

новых пользователей бесплатно скачает копию некоммерческого продукта *Linux*.

Из формул (4.1.1)—(4.1.3) следует, что

$$\begin{aligned} y(t) &= n_W(t) - sn_L(t) = \int_0^t a q(\tau) d\tau - s \int_0^t a (1 - q(\tau)) d\tau = \\ &= \int_0^t a (q(\tau) - s(1 - q(\tau))) d\tau = \int_0^t a ((1 + s)q(\tau) - s) d\tau. \end{aligned}$$

Теперь задача оптимального управления, стоящая перед *Microsoft*, принимает следующий вид: так изменять цену лицензии $s(t)$ во времени, чтобы обеспечить себе максимум интегрального дисконтированного (по непрерывной ставке δ) дохода

$$J = \int_0^{+\infty} a q(t) p(t) e^{-\delta t} dt \rightarrow \max \quad (4.3.1)$$

при условиях

$$\frac{dy}{dt} = a((1 + s)q(t) - s); \quad (4.3.2)$$

$$q(t) = 1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))}; \quad (4.3.3)$$

$$p(t) \geq 0; \quad (4.3.4)$$

$$\beta(y(0)) > 0. \quad (4.3.5)$$

Исследование модели

Условия совместного существования коммерческого и некоммерческого продуктов на рынке определяются утверждением 4.3.1 ([134, 142], 2008 г.).

УТВЕРЖДЕНИЕ 4.3.1. *Коммерческий и некоммерческий продукт сосуществуют на рынке тогда и только тогда, когда $s > 1$, при этом оптимальная цена лицензии и мгновенная прибыль производителя коммерческого продукта меньше, чем на монопольном рынке коммерческого продукта.*

Доказательство. Очевидно, в случае $s \leq 1$ предпочтения пользователей таковы, что операционная система *Linux* даже не смогла бы начать распространяться, поскольку все пользователи предпочитали бы устанавливать *Windows*. Исследуем более сложный случай $s > 1$.

Подставляя выражение $q(t)$ из (4.3.4) в (4.3.2) и (4.3.3), преобразуем задачу (4.3.2)—(4.3.6):

$$J = \int_0^{+\infty} a \left(1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} \right) p(t) e^{-\delta t} dt \rightarrow \max$$

при условиях

$$\frac{dy}{dt} = a \left((1+s) \left(1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} \right) - s \right);$$

$$p(t) \geq 0;$$

$$\beta(y(0)) > 0.$$

Составим гамильтониан:

$$H = a \left(1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} \right) p(t) e^{-\delta t} + m(t) e^{-\delta t} a \left((1+s) \left(1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} \right) - s \right) =$$

$$= a e^{-\delta t} \left(p(t) + m(t) - \frac{p(t)(p(t) + (1+s)m(t))}{\beta(y(t))} \right)$$

[здесь $m(t)e^{-\delta t}$ — сопряженная переменная].

Экономический смысл сопряженной переменной выражается следующим образом: $m(t)$ равна современной ценности прироста интегрального дисконтированного дохода *Microsoft* в результате усиления предпочтения пользователями брэнда *Windows* брэнду *Linux* [т.е. в результате увеличения на единицу величины $y(t) = n_w(t) - sn_L(t)$].

Условия принципа максимума Понтрягина для данной задачи имеют следующий вид:

$$\frac{\partial H}{\partial p} = 0 \Leftrightarrow p(t) = \frac{\beta(y(t)) - (1+s)m(t)}{2}; \quad (4.3.6)$$

$$\frac{d(m(t)e^{-\delta t})}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial y} \Leftrightarrow \frac{dm}{dt} = \delta m(t) - \frac{a\beta'(y(t))p(t)(p(t) + (1+s)m(t))}{\beta^2(y(t))}; \quad (4.3.7)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial H}{\partial(m(t)e^{-\delta t})} \Leftrightarrow \frac{dy}{dt} = a \left(1 - \frac{(1+s)p(t)}{\beta(y(t))} \right). \quad (4.3.8)$$

Подставляя выражение $s(t)$ из (4.3.6) в (4.3.7) и (4.3.8), получаем соответственно:

$$\frac{dm}{dt} = \delta m(t) - \frac{a\beta'(y(t))(\beta^2(y(t)) - (1+s)^2 m^2(t))}{4\beta^2(y(t))}; \quad (4.3.9)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{a((1-s)\beta(y(t)) + (1+s)^2 m(t))}{2\beta(y(t))}. \quad (4.3.10)$$

Определим стационарные состояния системы дифференциальных уравнений (4.3.9)—(4.3.10) как решения $(m; y)$ соответствующей системы нелинейных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dm}{dt} = 0, \\ \frac{dy}{dt} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \delta m = \frac{a\beta'(y)(\beta^2(y) - (1+s)^2 m^2)}{4\beta^2(y)}, \\ \frac{a((1-s)\beta(y) + (1+s)^2 m)}{2\beta(y)} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1+s)^2 m^2 + \frac{4\delta\beta^2(y)}{a\beta'(y)} m - \beta^2(y) = 0, \\ m = \frac{(s-1)\beta(y)}{(1+s)^2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{\beta(y) \left(-2\delta\beta(y) \pm \sqrt{4\delta^2\beta^2(y) + a^2(1+s)^2 (\beta'(y))^2} \right)}{a(1+s)^2\beta'(y)}, \\ m = \frac{(s-1)\beta(y)}{(1+s)^2}. \end{cases}$$

Таким образом, возможны два случая:

$$\begin{cases} m = \frac{\beta(y) \left(-2\delta\beta(y) + \sqrt{4\delta^2\beta^2(y) + a^2(1+s)^2 (\beta'(y))^2} \right)}{a(1+s)^2\beta'(y)}, \\ m = \frac{(s-1)\beta(y)}{(1+s)^2} \end{cases}, \quad (4.3.11)$$

и

$$\begin{cases} m = \frac{\beta(y) \left(-2\delta\beta(y) - \sqrt{4\delta^2\beta^2(y) + a^2(1+s)^2 (\beta'(y))^2} \right)}{a(1+s)^2\beta'(y)}, \\ m = \frac{(s-1)\beta(y)}{(1+s)^2}. \end{cases}, \quad (4.3.12)$$

Система (4.3.11) имеет два решения:

- $(m = 0; y = y^\circ)$, где y° — решение уравнения

$$\tilde{\alpha}_W(y) = \tilde{\alpha}_L(y)$$

(см. параграф 4.1): поскольку $\beta(y^\circ) = 0$, правые части обоих уравнений системы (4.3.11) при $y = y^\circ$ обращаются в нуль);

- $(m = \hat{m}; y = \hat{y})$, где \hat{y} — решение уравнения

$$\frac{\beta'(y)}{\beta(y)} = \frac{\delta(s-1)}{as}, \quad (4.3.13)$$

которое получается путем упрощения уравнения

$$\frac{\beta(y) \left(-2\delta\beta(y) + \sqrt{4\delta^2\beta^2(y) + a^2(1+s)^2 (\beta'(y))^2} \right)}{a(1+s)^2\beta'(y)} = \frac{(s-1)\beta(y)}{(1+s)^2},$$

а

$$\hat{m} = \frac{(s-1)\beta(\hat{y})}{(1+s)^2}. \quad (4.3.14)$$

Анализ фазовой диаграммы, построенной на рис. 4.3.1, показывает, что стационарное состояние $(m=0; y=y^0)$ является неустойчивым, а стационарное состояние $(m=\hat{m}; y=\hat{y})$ — устойчивым.

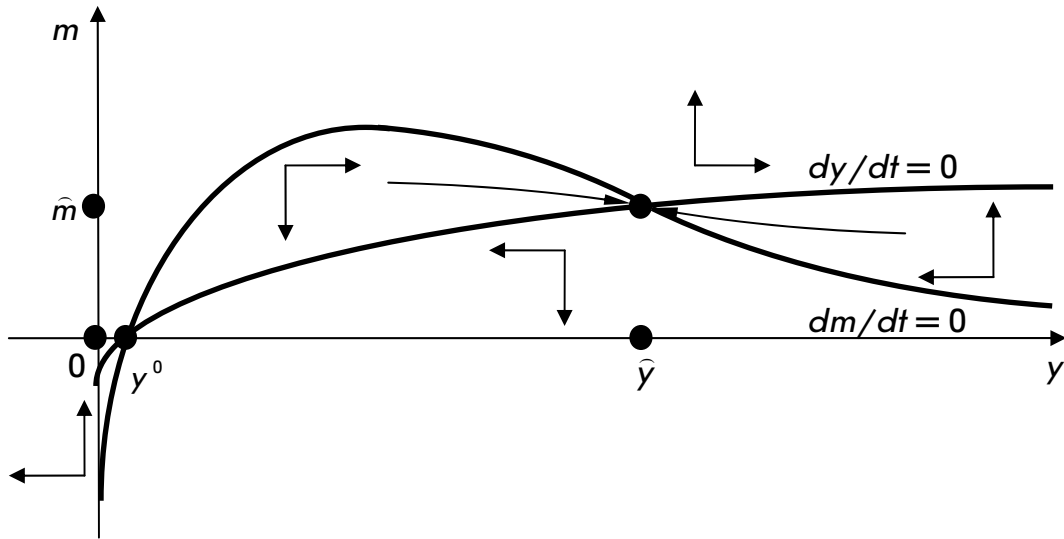


Рис. 4.3.1. Фазовая диаграмма

На всех траекториях, ведущих в устойчивую стационарную точку $(m=\hat{m}; y=\hat{y})$, выполняется достаточное условие оптимальности Мангасаряна [78], поэтому все они являются оптимальными.

Система (4.3.12) имеет единственное решение $(m=0; y=y^0)$, но на всех траекториях, ведущих в эту устойчивую стационарную точку, сопряженная переменная (т.е. современная ценность прироста интегрального дисконтированного дохода *Microsoft* в результате усиления предпочтения пользователями бренда *Windows* бренду *Linux*) отрицательна, в силу чего эти траектории не могут быть оптимальными.

Подставляя (4.3.14) в (4.3.6) и переходя к пределу при $t \rightarrow +\infty$, определяем

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} p^*(t) = \frac{\beta(\hat{y})}{1+s} < \frac{\bar{\alpha}_w}{2}; \quad (4.3.15)$$

так как $\beta(\hat{y}) < \bar{\alpha}_w$, $s > 1$.

Переход к пределу в выражении $q^*(t)$ (4.3.3) с подстановкой $\lim_{t \rightarrow +\infty} p^*(t)$ из (4.3.15) дает

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} q^*(t) = \frac{s}{1+s} > \frac{1}{2};$$

так как $\beta(\hat{y}) < \bar{\alpha}_w$, $s > 1$.

Мгновенная прибыль при этом равна

$$\pi^* = \lim_{t \rightarrow +\infty} (aq^*(t)p^*(t)) = \frac{as\beta(\hat{y})}{(1+s)^2} < \frac{a\bar{\alpha}_w}{4}.$$

Утверждение полностью доказано. \square

Заметим, что неравенство (4.3.15) отличается от результатов, полученных в параграфе 2.3 с помощью простейшей статической модели конкуренции коммерческих и некоммерческих программных продуктов (там цена устанавливалась на уровне половины от потенциальной потребительской ценности продукта, как в монополии).

И действительно, быстрое распространение некоммерческих программных продуктов заставляет корпорацию *Microsoft* устанавливать цены на свои продукты на более низком уровне, чем монополичный.

§ 4.4. ВЛИЯНИЕ ИЗДЕРЖЕК ПО ТЕХНИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКЕ И ПИРАТСТВА НА КОНКУРЕНЦИЮ КОММЕРЧЕСКОГО И НЕКОММЕРЧЕСКОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Задача оптимального управления ценой лицензии с учетом распространения нелегальных копий коммерческого программного обеспечения и наличия издержек на осуществление технической поддержки

В предыдущих параграфах переменные издержки коммерческого производителя предполагались нулевыми. На самом деле производитель несет издержки — прежде всего, связанные с осуществлением технической поддержки. Обозначим w издержки по осуществлению технической поддержки одного экземпляра программного продукта, тогда интегральная дисконтированная прибыль будет равна

$$J = \int_0^{+\infty} aq(t)(p(t) - w)e^{-\delta t} dt.$$

Если считать, что доля ρ всех потребителей, входящих на рынок, применяет пиратские копии коммерческого продукта, причем часть μ из них в случае отсутствия теневого рынка нелегальных копий приобрела бы легальные копии *Windows*, а часть $1 - \mu$ воспользовалась бы альтернативным некоммерческим продуктом *Linux*, то общее число пользователей *Windows* будет равно

$$n_W(t) = \int_0^t a(q(\tau) + \rho) d\tau,$$

общее число пользователей *Linux* —

$$n_L(t) = \int_0^t a(1 - q(\tau) - \rho) d\tau,$$

а функция спроса на *Windows* изменится с (4.3.1) на

$$q(t) = 1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} - \mu\rho.$$

При этом

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \frac{dn_W}{dt} - s \frac{dn_L}{dt} = a(q(t) + \rho) - sa(1 - q(t) - \rho) = \\ &= a(q(t) + \rho - s(1 - q(t) - \rho)) = a((1 + s)q(t) + \rho - s(1 - \rho)). \end{aligned}$$

Задача оптимального управления, стоящая перед производителем коммерческого программного обеспечения, примет в результате следующий вид:

$$J = \int_0^{+\infty} aq(t)(p(t) - w)e^{-\delta t} dt \rightarrow \max \quad (4.4.1)$$

при условиях

$$\frac{dy}{dt} = a((1 + s)q(t) + \rho - s(1 - \rho)); \quad (4.4.2)$$

$$q(t) = 1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} - \mu\rho; \quad (4.4.3)$$

$$p(t) \geq 0; \quad (4.4.4)$$

$$\beta(y(0)) > 0. \quad (4.4.5)$$

Исследование модели

Как показывает утверждение 4.4.1 ([163], 2008 г.), наличие теневого рынка может изменить расстановку сил.

УТВЕРЖДЕНИЕ 4.4.1. *При небольшом уровне пиратства ρ доля рынка, занимаемая коммерческим продуктом, увеличивается, а при достаточно большом уровне пиратства ρ или при достаточно больших издержках w , связанных с оказанием технической поддержки, коммерческий продукт может покинуть рынок вне зависимости от выбранной ценовой стратегии.*

Доказательство. Как и раньше, случай $s \leq 1$ тривиален. Рассмотрим случай $s > 1$.

Подставляя $q(t)$ из (4.4.3) в (4.4.1) и (4.4.2), преобразуем задачу (4.4.1)—(4.4.5):

$$J = \int_0^{+\infty} a \left(1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} - \mu\rho \right) (p(t) - w) e^{-\delta t} dt \rightarrow \max$$

при условиях

$$\frac{dy}{dt} = a \left((1+s) \left(1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} - \mu\rho \right) + \rho - s(1-\rho) \right);$$

$$p(t) \geq 0;$$

$$\beta(y(0)) > 0.$$

Гамильтониан

$$H = a \left(1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} - \mu\rho \right) (p(t) - w) e^{-\delta t} +$$

$$\begin{aligned}
& +m(t)e^{-\delta t} a \left((1+s) \left(1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} - \mu\rho \right) + \rho - s(1-\rho) \right) = \\
& = a e^{-\delta t} \left(\left(1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} - \mu\rho \right) (p(t) - w) + \right. \\
& \left. + \left((1+s) \left(1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} - \mu\rho \right) + \rho - s(1-\rho) \right) m(t) \right)
\end{aligned}$$

[$m(t)e^{-\delta t}$ — сопряженная переменная].

Принцип максимума Понтрягина приводит к следующим условиям:

$$\frac{\partial H}{\partial p} = 0 \Leftrightarrow p(t) = \frac{\beta(y(t))(1-\mu\rho) + w - (1+s)m(t)}{2}; \quad (4.4.6)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{d(m(t)e^{-\delta t})}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial y} \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \frac{dm}{dt} = \delta m(t) - \frac{a\beta'(y(t))p(t)(p(t) + (1+s)m(t) - w)}{\beta^2(y(t))};
\end{aligned} \quad (4.4.7)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial H}{\partial(m(t)e^{-\delta t})} \Leftrightarrow \frac{dy}{dt} = a \left((1+s) \left(1 - \frac{p(t)}{\beta(y(t))} - \mu\rho \right) + \rho - s(1-\rho) \right). \quad (4.4.8)$$

Подставляя $p(t)$ из (4.4.6) в (4.4.7) и (4.4.8), получаем соответственно:

$$\frac{dm}{dt} = \delta m(t) - \frac{a\beta'(y(t))(\beta^2(y(t))(1-\mu\rho)^2 - (w - (1+s)m(t))^2)}{4\beta^2(y(t))}; \quad (4.4.9)$$

$$\frac{dy}{dt} = a \frac{\beta(y(t))(1-s + \rho(2-\mu)(1+s)) - w(1+s) + (1+s)^2 m(t)}{2\beta(y(t))}. \quad (4.4.10)$$

Стационарные состояния системы дифференциальных уравнений (4.4.9)—(4.4.10) представляют собой решения $(m; y)$ системы

$$\begin{cases} \delta m = \frac{a\beta'(y)(\beta^2(y)(1-\mu\rho)^2 - (w - (1+s)m(t))^2)}{4\beta^2(y)}, \\ a \frac{\beta(y(t))(1-s + \rho(2-\mu)(1+s)) - w(1+s) + (1+s)^2 m(t)}{2\beta(y(t))} = 0, \end{cases}$$

которая после упрощения принимает вид

$$\left\{ \begin{array}{l} m = \frac{a\beta'(y)(1+s)w - 2\delta\beta^2(y)}{a\beta'(y)(1+s)^2} \pm \\ \pm \frac{\beta(y)\sqrt{4\delta^2\beta^2(y) - 4\delta wa\beta'(y)(1+s) + a^2(\beta'(y))^2(1-\mu\rho)^2(1+s)^2}}{a\beta'(y)(1+s)^2}, \\ m = \frac{w(1+s) - \beta(y)(1-s + \rho(2-\mu)(1+s))}{(1+s)^2}. \end{array} \right.$$

Приравнивая правые части этой системы и анализируя соответствующую фазовую диаграмму системы дифференциальных уравнений (4.4.9)—(4.4.10), получаем единственную устойчивую стационарную точку ($m = \hat{m}$; $y = \hat{y}$), определяемую соотношениями

$$\delta w(1+s) = a\beta'(\hat{y})(\rho(1+s) - s)(\rho((\mu-1)(1+s)) - 1) - \delta\beta(\hat{y})(s - 1 - \rho(2-\mu)(1+s)); \quad (4.4.11)$$

$$\hat{m} = \frac{w(1+s) - \beta(\hat{y})(1-s + \rho(2-\mu)(1+s))}{(1+s)^2}. \quad (4.4.12)$$

Из (4.4.11) находим

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{y}}{d\rho} &= \quad (4.4.13) \\ &= \frac{a\beta'(\hat{y})(2\rho(\mu-1)(1+s)^2 - (s(\mu-1)+1)(1+s)) + \delta\beta(\hat{y})(2-\mu)(1+s)}{\delta\beta'(\hat{y})(s-1-\rho(2-\mu)(1+s)) - a\beta''(\hat{y})(\rho(1+s)-s)(\rho((\mu-1)(1+s))-1)} \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{y}}{dw} &= \quad (4.4.14) \\ &= \frac{\delta(1+s)}{a\beta''(\hat{y})(\rho(1+s)-s)(\rho((\mu-1)(1+s))-1) - \delta\beta'(\hat{y})(s-1-\rho(2-\mu)(1+s))}. \end{aligned}$$

Из формулы (4.4.12) видно, что при достаточно больших значениях ρ сопряженная переменная (т. е. современная ценность прироста интегрального дисконтированного дохода *Microsoft* в результате усиления предпочтения пользователями брэнда *Windows* брэнду *Linux*) отрицательна, поэтому в таких ситуациях *Microsoft* не имеет оптимальной стратегии, т. е. *Windows* в итоге покидает рынок.

Формула (4.4.13) показывает, что при небольших ρ производная $d\hat{y}/d\rho > 0$, т. е. пиратство в небольших объемах стимулирует увеличение доли рынка, занимаемой *Windows*.

Формула (4.4.14) показывает, что при достаточно больших w производная $d\hat{y}/dw < 0$, т. е. *Windows* в итоге может покинуть рынок.

Утверждение полностью доказано. \square

РЕЗЮМЕ

Итак, если считать, что теневого распространения нелегальных (пиратских) копий нет, а переменные издержки *Microsoft* нулевые, то в таких условиях *Linux* и *Windows* сосуществуют на рынке только при $s > 1$, при $s \leq 1$ *Windows* полностью вытесняет *Linux* с рынка, а *Linux* ни при каких условиях не может вытеснить *Windows* (при этом реальное значение s представляется приблизительно равным трем — четырем).

Важно отметить, что и цена, и мгновенный объем продаж, и мгновенная прибыль производителя коммерческого продукта в смешанной дуополии меньше, чем если бы конкурирующего некоммерческого продукта на рынке не было, причем этот факт не зависит ни от s , ни от δ !

Распространение пиратских копий *Windows* в небольших объемах только стимулирует увеличение доли *Windows* на рынке, но, начиная с определенной доли пиратства, ситуация становится катастрофической для производителя коммерческого продукта, и он в результате вынужден покинуть рынок.

Также покинуть рынок его могут заставить слишком высокие издержки по осуществлению технической поддержки пользователей.

ГЛАВА 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЕЙ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

§ 5.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ РАЗРАБОТЧИКА КОММЕРЧЕСКОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПО ПРОТИВОДЕЙСТВИЮ ПИРАТСТВУ

Описание конфликтной ситуации

Опишем модель конкуренции производителя коммерческого программного обеспечения с пиратами, предложенную в работах [138, 149] (2008 г.).

Предполагается, что на рынке действует производитель программного обеспечения (для простоты — монополист типа *Microsoft*), который продает лицензии на использование своей продукции.

Пользователь имеет возможность установить лицензионную копию программного обеспечения или пиратскую.

Поскольку значительная часть пользователей пользуются нелегальными копиями, производитель может предпринимать определенные меры по изобличению пользователей пиратских копий и привлечению их к ответственности.

Будем предполагать, что полезность, которую приносит пользователю использование нелегального программного обеспечения, в точности равна полезности от использования легальной копии, а также что себестоимость изготовления одной копии (и легальной, и пиратской) пренебрежимо мала по сравнению со всеми остальными величинами.

Введем необходимые обозначения:

- c — цена лицензии на использование программного продукта;
 - d — цена нелицензионной (пиратской) копии программного продукта;
 - f — размер штрафа за использование нелицензионного программного продукта (взимаемого с пользователя, незаконно использующего программное обеспечение, в пользу производителя);
 - l — издержки производителя по организации проверки легальности использования программного обеспечения.
- Очевидно, выполняются следующие соотношения:

$$f > l > c \gg d > 0;$$

$$f > c + l.$$

Будем считать также, что

$$l > 2c$$

(последнее неравенство эквивалентно тому, что $c - l < -c$).

Данная конфликтная ситуация является типичной иллюстрацией асимметрии информации, когда пользователь знает происхождение своего программного обеспечения (легальное оно или пиратское), а производитель (и государство) не может отличить «честного» пользователя от пользователя — пирата.

Подобные ситуации типичны для современной экономики, много примеров таких ситуаций разобрано в книге [201].

Теоретико-игровая постановка задачи

Вначале рассмотрим позиционную форму игры и построим ее дерево (рис. 5.1.1).

Первым игроком является пользователь, он осознанно принимает одно из двух решений: приобрести лицензионное или пиратское программное обеспечение.

Производитель является вторым игроком, поскольку он может принять решение по инициации проверки только после того, как пользователь сделает свой ход.

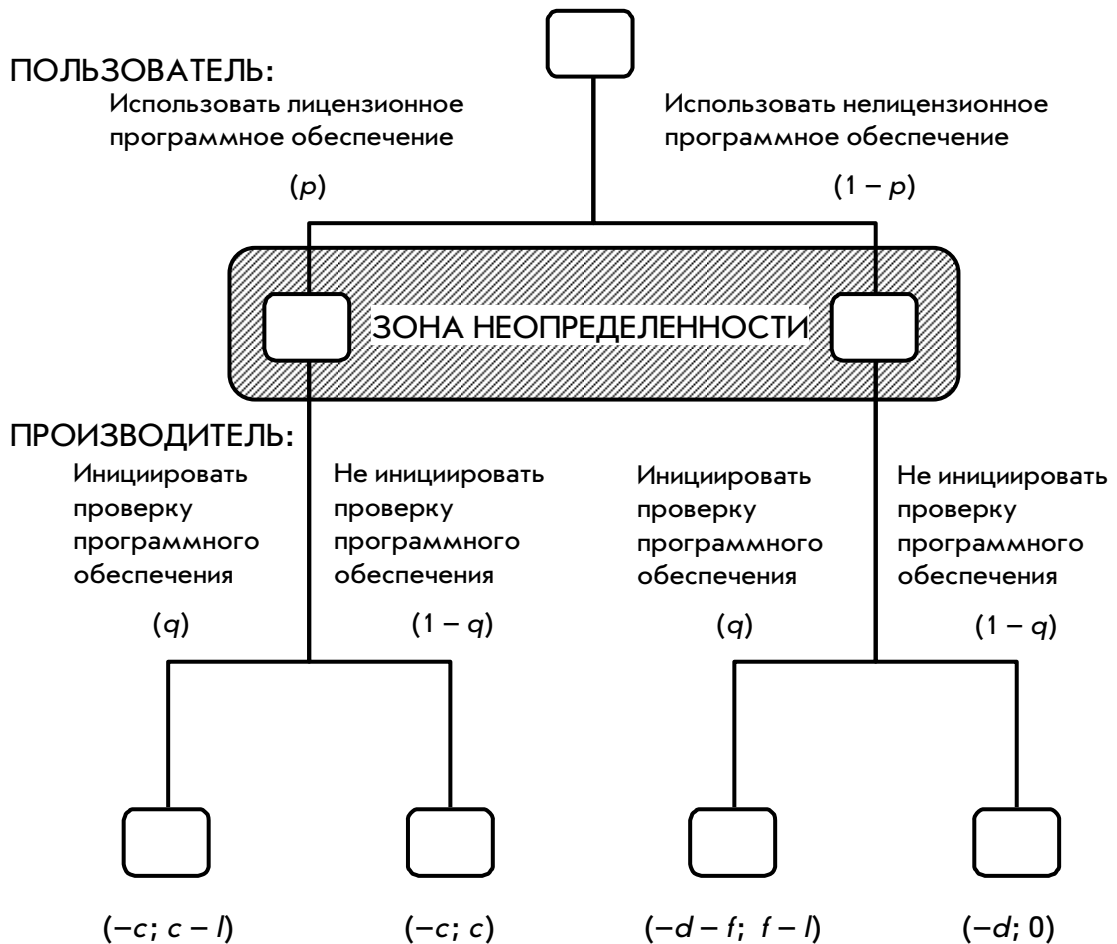


Рис. 5.1.1. Дерево игры

Поскольку производитель в момент принятия решения не знает, в какой из двух точек зоны неопределенности он находится, данная конфликтная ситуация формализуется с помощью биматричной игры с биматрицей выигрышей

$$\begin{pmatrix} (-c; c - l) & (-c; c) \\ (-f - d; f - l) & (-d; 0) \end{pmatrix}.$$

Строки соответствуют стратегиям первого игрока (пользователя):

- использовать лицензионное программное обеспечение;
- использовать нелицензионное программное обеспечение.

Столбцы соответствуют стратегиям второго игрока (производителя):

- инициировать проверку лицензий на использование пользователем программного обеспечения;
- не инициировать такую проверку.

Исследование теоретико-игровой модели

Пусть

$$\mathbf{p} = (p; 1 - p), \quad \mathbf{q} = (q; 1 - q) \text{ —}$$

смешанные стратегии игроков: пользователь с вероятностью p приобретает лицензионное программное обеспечение [и с вероятностью $(1 - p)$ — нелицензионное], производитель с вероятностью q инициирует проверку лицензий [и с вероятностью $(1 - q)$ не инициирует].

УТВЕРЖДЕНИЕ 5.1.2. *Модель взаимоотношений пользователя и производителя в условиях существования теневого распространения нелегальных копий имеет единственное решение Нэша, которое определяется смешанными стратегиями пользователя*

$$\mathbf{p}_N = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$$

и производителя

$$\mathbf{q}_N = (0; 1);$$

при этом выигрыш пользователя равен

$$\pi_1 = -\frac{c + d}{2},$$

а выигрыш производителя

$$\pi_2 = \frac{c}{2}.$$

Доказательство. Множество возможных исходов игры в зависимости от выбора игроками смешанных стратегий представлено на рис. 5.1.2.

Максиминные выигрыши пользователя и производителя равны соответственно

$$\alpha = \max\{-c; -d - f\} = -c, \quad \beta = \max\{c - l; 0\} = 0.$$

Множество Парето-оптимальных исходов — это ломаная ABC , а переговорное множество, отсекаемое от множества Парето максиминными выигрышами, — это выделенный жирным на рис. 5.1.2 отрезок

$$BC = \left\{ \left(\pi_1; \pi_2 = -\frac{c(\pi_1 + d)}{c - d} \right) \mid \pi_1 \in [-c; -d] \right\}.$$

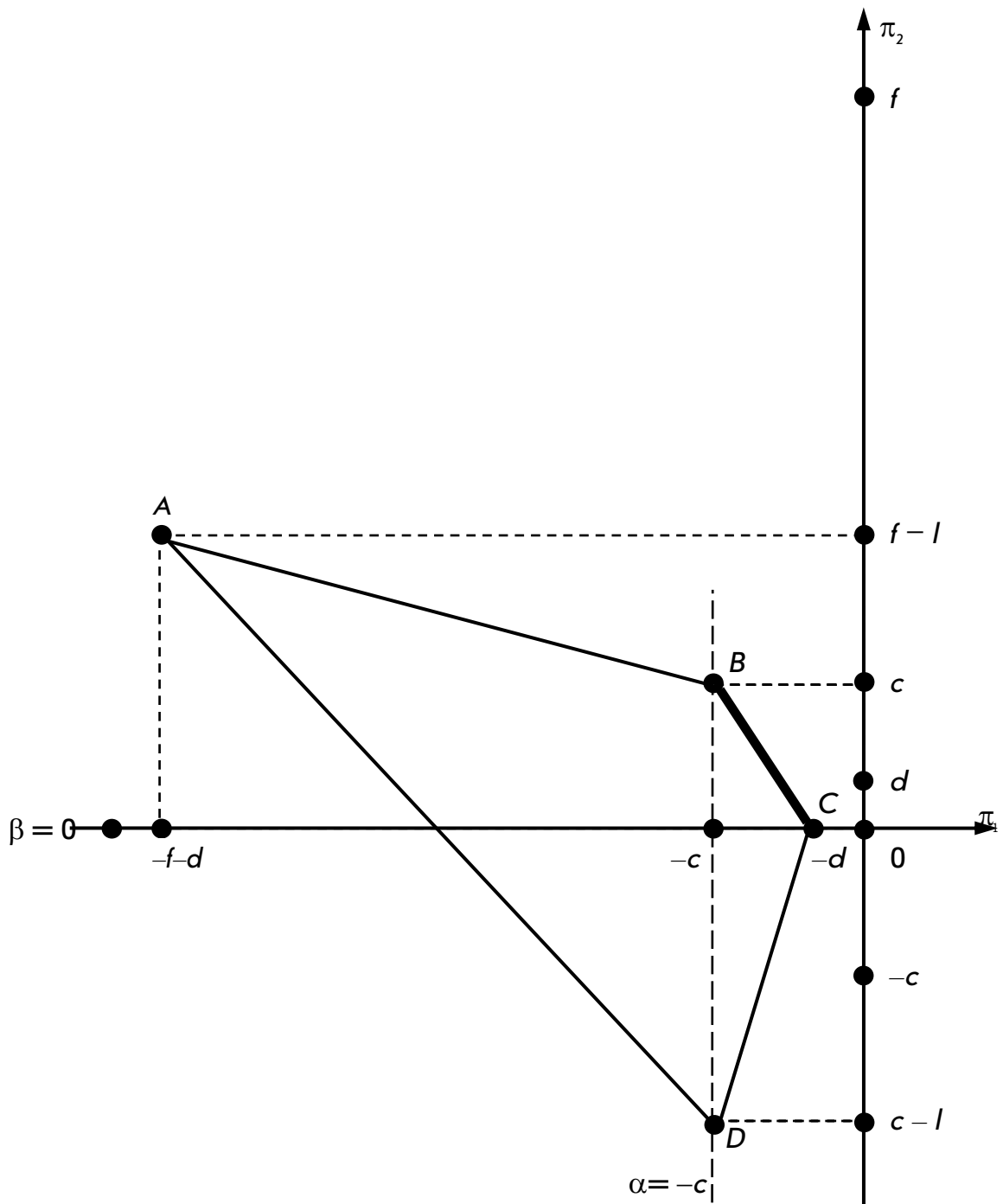


Рис. 5.1.2. Множество возможных исходов конфликтной ситуации

Решение Нэша (см., например, [57]) определяется максимумом функции Нэша $N(\pi_1; \pi_2)$ (произведения приростов выигрышей игроков над максиминными):

$$\begin{aligned} \max_{(\pi_1; \pi_2) \in BC} N(\pi_1; \pi_2) &= \max_{(\pi_1; \pi_2) \in BC} ((\pi_1 - \alpha)(\pi_2 - \beta)) = \\ &= \max_{\pi_1 \in [-c; -d]} \left((\pi_1 - (-c)) \left(-\frac{c(\pi_1 + d)}{c - d} - 0 \right) \right) = \max_{\pi_1 \in [-c; -d]} \left(-\frac{c(\pi_1 + d)(\pi_1 + c)}{c - d} \right) = \frac{c(c - d)}{4}, \end{aligned}$$

который достигается при

$$\pi_1 = -\frac{c + d}{2}, \quad \pi_2 = \frac{c}{2},$$

что соответствует смешанным стратегиям игроков

$$\mathbf{p}_N = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right), \quad \mathbf{q}_N = (0; 1).$$

Утверждение доказано. \square

Обсуждение результатов

Итак, рациональный потребитель в половине случаев предпочтет использование нелицензионного программного обеспечения, а рациональному производителю никогда не выгодно инициировать проверку лицензий.

Если считать функции полезности и пользователя, и производителя строго возрастающими, принципиальных изменений в конфликтной ситуации не произойдет.

Таким образом, вне зависимости от склонности производителей и пользователей программного обеспечения к риску, рациональный пользователь только в половине случаев предпочтет приобрести лицензионное программное обеспечение, а рациональный производитель никогда не будет инициировать проверку легальности использования его продукта пользователями.

Так будет всегда, пока цена лицензии c будет больше цены пиратской копии d . В случае же, когда $c = d$, очевидно, пользователь предпочтет приобрести легальную копию, но при этом прибыль производителя существенно сократится (если не превратится в убытки).

§ 5.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЯ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПО ОТКРЫТОМУ РАСПРОСТРАНЕНИЮ ЧАСТИ ПРОДУКТОВ

Основные предположения

В первой главе обсуждалась гибридная модель бизнеса, предполагающая, что разработчик программного обеспечения может распространять некоторую часть своих продуктов свободно и открыто: можно свободно распространять базовый модуль (ядро, например, операционную систему), а доходы получать от распространения закрытых расширений (дополнительных модулей, например, офисных, графических и других пакетов), либо, наоборот, продавать закрытое ядро, а с помощью распространения открытых расширений, которые можно использовать только с этим ядром, увеличивать популярность коммерческого продукта, и как следствие, прибыль от его распространения.

Будем считать, что продукт состоит из *ядра* (базового модуля), *расширений* (модулей, дополнительных к базовому) и дополнительного сервиса (например, технической поддержки, обслуживания, настройки продукта), а разработчик данного продукта занимает **монопольное положение** на рынке.

У такого производителя есть выбор из четырех моделей бизнеса:

- з+з) закрытое ядро, закрытые расширения и дополнительный сервис;
- о+з) открытое ядро, закрытые расширения и дополнительный сервис;
- з+о) закрытое ядро, открытые расширения и дополнительный сервис;
- о+о) открытое ядро, открытые расширения и дополнительный сервис.

В зависимости от выбранной модели бизнеса на рынке могут появиться, помимо продукта, предлагаемого разработчиком — монополистом (и состоящего из ядра, расши-

рений и дополнительного сервиса), дополнительные продукты, распространяемые свободно.

В модели (з + з) таких продуктов появиться не может, поскольку и ядро, и расширения закрыты. В модели (о + з) появляется продукт (оя), состоящий из свободно распространяемого ядра без расширений и без сервиса. В модели (з + о) свободно распространяемых продуктов появиться не может, поскольку использовать расширения без ядра невозможно. Наконец, в модели (о + о) появляется продукт (оя + ор), состоящий из свободно распространяемого ядра с расширениями, но без сервиса.

Введем обозначения:

- q_{\max} — емкость рынка;
- α_j — максимально возможная цена продукта $j \in \{з+з, о+з, з+о, о+о, оя, оя+ор\}$;
- p — цена продукта, предлагаемого монополистом;
- q_j — спрос на продукт j ;
- q_i^* — спрос на продукт, предлагаемый монополистом, в зависимости от выбранной им модели бизнеса $i \in \{з+з, о+з, з+о, о+о\}$;
- q_i^o — спрос на альтернативный свободный продукт, который может быть представлен на рынке в зависимости от выбранной монополистом модели бизнеса i ;
- f — постоянные издержки монополиста;
- v — переменные издержки монополиста;
- $\pi_i = q_i^*(p - v) - f$ — прибыль монополиста в зависимости от выбранной им модели бизнеса i ;

Будем использовать линейные функции спроса на продукты:

$$q_j(p) = q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\alpha_j} \right); \quad j \in \{з+з, о+з, з+о, о+о, оя, оя+ор\}.$$

Предположим, что

$$\alpha_j = \beta_j^a \beta_j^b \beta_j^c,$$

где β_j^a, β_j^p и β_j^c определяются качеством ядра, расширений и предлагаемого сервиса, причем

$$\begin{aligned}\beta_3^a &= \text{const}, & \beta_0^a &= \beta_3^a(1 + \gamma q_\varepsilon^a), \\ \beta_3^p &= \text{const}, & \beta_0^p &= \beta_3^p(1 + \delta q_\varepsilon^p), \\ \beta_3^c &> 1, & \beta_0^c &= 1\end{aligned}$$

(здесь q_ε^a и q_ε^p — ожидания рынка относительно числа пользователей соответственно открытого ядра и открытых расширений).

При этом будем считать рынок программного обеспечения *эффективным*, т. е. что его участники мгновенно используют всю доступную информацию, поэтому ожидания рациональны — равны равновесным значениям, а разработчик программного обеспечения в условиях выбранной им модели бизнеса решает *задачу максимизации прибыли*.

Оптимальные тактические решения в различных моделях бизнеса

В модели $(z+z)$ на рынке представлен только продукт $(z+z)$, спрос на который составляет

$$q_{z+z}^* = q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\beta_3^a \beta_3^p \beta_3^c} \right),$$

при этом $q_{z+z}^o = q_\varepsilon^a = q_\varepsilon^p = 0$, прибыль монополиста равна

$$\pi_{z+z} = q_{z+z}^* (p - v) - f = q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\beta_3^a \beta_3^p \beta_3^c} \right) (p - v) - f,$$

и ее максимум

$$\pi_{z+z}^* = q_{\max} \frac{(\beta_3^a \beta_3^p \beta_3^c - v)^2}{4\beta_3^a \beta_3^p \beta_3^c} - f$$

достигается, очевидно, в точке

$$p_{3+3}^* = \frac{\beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c + v}{2}.$$

Запомним реализованное при этом значение спроса

$$q_{3+3}^* = \frac{q_{\max}}{2} - \frac{v q_{\max}}{2 \beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c}.$$

В модели (о + з) часть пользователей приобретет продукт (о + з), а все оставшиеся пользователи — бесплатно воспользуются продуктом (о), имеющим положительную потребительскую ценность, при этом $q_{\varepsilon}^{\pi} = q_{\max}$, $q_{\varepsilon}^p = 0$, а спрос на продукт (о + з) будет определяться условием

$$\begin{aligned} \beta_0^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c \left(1 - \frac{q_{0+3}^*}{q_{\max}}\right) - p &= \beta_0^{\pi} \beta_0^c \left(1 - \frac{q_{0+3}^*}{q_{\max}}\right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \beta_3^{\pi} (1 + \gamma q_{\max}) \beta_3^p \beta_3^c \left(1 - \frac{q_{0+3}^*}{q_{\max}}\right) - p &= \beta_3^{\pi} (1 + \gamma q_{\max}) \left(1 - \frac{q_{0+3}^*}{q_{\max}}\right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow q_{0+3}^* &= q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\beta_3^{\pi} (1 + \gamma q_{\max}) (\beta_3^p \beta_3^c - 1)}\right), \end{aligned}$$

поэтому прибыль монополиста составит

$$\pi_{0+3} = q_{0+3}^* (p - v) - f = q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\beta_3^{\pi} (1 + \gamma q_{\max}) (\beta_3^p \beta_3^c - 1)}\right) (p - v) - f,$$

и ее максимум

$$\pi_{0+3}^* = q_{\max} \frac{(\beta_3^{\pi} (1 + \gamma q_{\max}) (\beta_3^p \beta_3^c - 1) - v)^2}{4 \beta_3^{\pi} (1 + \gamma q_{\max}) (\beta_3^p \beta_3^c - 1)} - f$$

будет достигаться при цене

$$p_{0+3}^* = \frac{\beta_3^{\pi} (1 + \gamma q_{\max}) (\beta_3^p \beta_3^c - 1) + v}{2}.$$

В модели (з + о) на рынке представлен только продукт (з + о), спрос на который составляет

$$q_{3+0}^*(p) = q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c} \right) = q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\beta_3^{\pi} \beta_3^p (1 + \delta q_{\varepsilon}^p) \beta_3^c} \right),$$

при этом прибыль монополиста равна

$$\pi_{3+0} = q_{3+0}^*(p - v) - f = q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\beta_3^{\pi} \beta_3^p (1 + \delta q_{\varepsilon}^p) \beta_3^c} \right) (p - v) - f,$$

и ее максимум

$$\pi_{3+0}^* = q_{\max} \frac{(\beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c (1 + \delta q_{\varepsilon}^p) - v)^2}{4 \beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c (1 + \delta q_{\varepsilon}^p)} - f$$

достигается, очевидно, в точке

$$p_{3+0}^* = \frac{\beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c (1 + \delta q_{\varepsilon}^p) + v}{2}.$$

Рациональные ожидания пользователей равны равновесным значениям соответствующих переменных, поэтому

$$q_{\varepsilon}^p = q_{3+0}^* = q_{\max} \left(1 - \frac{p_{3+0}^*}{\beta_3^{\pi} \beta_3^p (1 + \delta q_{\varepsilon}^p) \beta_3^c} \right) = q_{\max} \left(\frac{1}{2} - \frac{v}{2 \beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c (1 + \delta q_{\varepsilon}^p)} \right),$$

откуда

$$p_{3+0}^* = \frac{\beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c \left(1 + \delta q_{\max} \left(\frac{1}{2} - \frac{v}{2 \beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c (1 + \delta q_{\varepsilon}^p)} \right) \right) + v}{2},$$

$$\pi_{3+0}^* = q_{\max} \frac{\left(\beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c \left(1 + \delta q_{\max} \left(\frac{1}{2} - \frac{v}{2 \beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c (1 + \delta q_{\varepsilon}^p)} \right) \right) - v \right)^2}{4 \beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c \left(1 + \delta q_{\max} \left(\frac{1}{2} - \frac{v}{2 \beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c (1 + \delta q_{\varepsilon}^p)} \right) \right)} - f.$$

В модели (о + о) часть пользователей приобретет продукт (о + о), а все оставшиеся пользователи — бесплатно воспользуются продуктом (о + о), имеющим положитель-

ную потребительскую ценность, при этом $q_{\varepsilon}^{\pi} = q_{\varepsilon}^p = q_{\max}$, а спрос на продукт (о + о) будет определяться условием

$$\begin{aligned} \beta_o^{\pi} \beta_o^p \beta_3^c \left(1 - \frac{q_{o+o}^*}{q_{\max}} \right) - p &= \beta_o^{\pi} \beta_o^p \beta_o^c \left(1 - \frac{q_{o+o}^*}{q_{\max}} \right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \beta_3^{\pi} (1 + \gamma q_{\max}) \beta_3^p (1 + \delta q_{\max}) \beta_3^c \left(1 - \frac{q_{o+o}^*}{q_{\max}} \right) - p &= \\ = \beta_3^{\pi} (1 + \gamma q_{\max}) \beta_3^p (1 + \delta q_{\max}) \left(1 - \frac{q_{o+o}^*}{q_{\max}} \right) &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow q_{o+o}^* = q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\beta_3^{\pi} \beta_3^p (1 + \gamma q_{\max}) (1 + \delta q_{\max}) (\beta_3^c - 1)} \right), \end{aligned}$$

поэтому прибыль монополиста составит

$$\begin{aligned} \pi_{o+o} &= q_{o+o}^* (p - v) - f = \\ &= q_{\max} \left(1 - \frac{p}{\beta_3^{\pi} \beta_3^p (1 + \gamma q_{\max}) (1 + \delta q_{\max}) (\beta_3^c - 1)} \right) (p - v) - f, \end{aligned}$$

и ее максимум

$$\pi_{o+o}^* = q_{\max} \frac{(\beta_3^{\pi} \beta_3^p (1 + \gamma q_{\max}) (1 + \delta q_{\max}) (\beta_3^c - 1) - v)^2}{4 \beta_3^{\pi} \beta_3^p (1 + \gamma q_{\max}) (1 + \delta q_{\max}) (\beta_3^c - 1)} - f$$

будет достигаться в точке

$$p_{o+o}^* = \frac{\beta_3^{\pi} \beta_3^p (1 + \gamma q_{\max}) (1 + \delta q_{\max}) (\beta_3^c - 1) + v}{2}.$$

Сравнение моделей бизнеса

Если считать переменные издержки нулевыми, то

$$\pi_{3+3}^* = \frac{q_{\max} \beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c}{4} - f,$$

$$\pi_{o+z}^* = \frac{q_{\max} \beta_3^{\pi} (1 + \gamma q_{\max}) (\beta_3^p \beta_3^c - 1)}{4} - f,$$

$$\pi_{z+o}^* = \frac{q_{\max} \beta_3^{\pi} \beta_3^p \beta_3^c \left(1 + \frac{\delta q_{\max}}{2}\right)}{4} - f,$$

$$\pi_{o+o}^* = \frac{q_{\max} \beta_3^{\pi} \beta_3^p (1 + \gamma q_{\max}) (1 + \delta q_{\max}) (\beta_3^c - 1)}{4} - f.$$

Сравнение π_{z+z}^* и π_{z+o}^* приводит к следующему утверждению.

УТВЕРЖДЕНИЕ 5.2.1. *Модель с закрытым ядром и открытыми расширениями (z + o) всегда доминирует полностью закрытую модель (z + z).*

Из утверждения 5.2.1 вытекает следствие.

УТВЕРЖДЕНИЕ 5.2.2. *Любой фирме выгодно открывать все те идеи и технологии, которые невозможно использовать без ядра.*

Докажем еще одно утверждение.

УТВЕРЖДЕНИЕ 5.2.3. *Полностью открытая бизнес-модель (o + o) оптимальна тогда и только тогда, когда*

$$\begin{cases} \beta_3^p (\delta q_{\max} (\beta_3^c + 1) - 1) + 1 > 0, \\ \gamma q_{\max} (\beta_3^c - 1) + \delta q_{\max} \left(\frac{\beta_3^c}{2} - 1\right) + \gamma \delta q_{\max}^2 (\beta_3^c - 1) > 1. \end{cases}$$

т. е. когда существенная часть потребительской ценности продукта определяется дополнительными услугами или инновационной активностью пользователей.

Доказательство. Доказательство следует непосредственно из сравнения:

$$\begin{cases} \pi_{o+o}^* > \pi_{o+z}^*, \\ \pi_{o+o}^* > \pi_{z+o}^* \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta_3^p (\delta q_{\max} (\beta_3^c + 1) - 1) + 1 > 0, \\ \gamma q_{\max} (\beta_3^c - 1) + \delta q_{\max} \left(\frac{\beta_3^c}{2} - 1\right) + \gamma \delta q_{\max}^2 (\beta_3^c - 1) > 1. \quad \square \end{cases}$$

В процессе роста инновационной активности пользователей и качества предоставляемых дополнительных услуг оптимальной может оказаться и модель с открытым ядром и закрытыми расширениями (o + z).

УТВЕРЖДЕНИЕ 5.2.4. Модель с открытым ядром и закрытыми расширениями $(o+z)$ оптимальна при $\delta \rightarrow 0$, т. е. в тех ситуациях, когда инновационная активность пользователей расширений незначительно влияет на спрос.

Доказательство. Доказательство следует из сравнения оптимальных значений прибыли:

$$\begin{cases} \pi_{o+z}^* > \pi_{z+o}^*, \\ \pi_{o+z}^* > \pi_{o+o}^* \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \gamma q_{\max} (\beta_3^p \beta_3^c - 1) > 1 + \frac{\delta}{2} \beta_3^p \beta_3^c q_{\max}, \\ (\beta_3^p - 1) > \delta \beta_3^p q_{\max} (\beta_3^c - 1) \end{cases}$$

и последующего предельного перехода в неравенствах при $\delta \rightarrow 0$. \square

Управленческая интерпретация результатов сравнения моделей бизнеса

Интерпретация утверждения 5.2.1 состоит в том, что производитель, применяющий модель закрытого ядра и открытых расширений, получает все преимущества от инновационной активности потребителей, расширяющих возможности продукта путем развития расширений, но оставляет рынок закрытым для конкурентов, поскольку расширения совместимы только с данным закрытым ядром.

Для иллюстрации справедливости утверждения 5.2.2 достаточно упомянуть корпорацию *Microsoft*, открывшую платформу *.NET*.

Обсудим существенность предоставляемых дополнительных услуг и инновационную активность потребителей, которые упомянуты в формулировке утверждения 5.2.3.

Существенность предоставляемых дополнительных услуг приводит к вертикальной дифференциации продукта, предлагаемого на коммерческой основе, и бесплатного продукта, которая дает возможность склонить значительное число потенциальных потребителей продукта к приобретению дополнительного сервиса.

Инновационная активность потребителей снижает размер выручки, собираемой фирмой с

единичного потребителя, но увеличивает число потребителей. Кроме того, фирма делегирует потребителям значительную часть инновационных разработок и тем самым снижает издержки. Лучшим примером является операционная система *Linux*, распространяемая сообществом ее разработчиков свободно. И хотя многие приводят в качестве контраргумента сравнение уровня богатства мультимиллиардера — основателя корпорации *Microsoft* Б. Гейтса и миллионера — основателя движения разработчиков *Linux* Л. Торвальдса, этот контраргумент является ложным: на самом деле, следует сравнивать не богатство конкретных людей, а богатство (ценность) фирм: ценность корпорации *Microsoft* определяется ее рыночной капитализацией, а богатство сообщества разработчиков *Linux* определяется интегральной дисконтированной заработной платой всех участников сообщества (работодателям выгодно нанимать программистов, внесших существенный вклад в разработку операционной системы *Linux* и занимающих высокое место в иерархии этого проекта, и устанавливая им заработную плату, существенно большую среднерыночной).

Наконец, реальный пример, иллюстрирующий утверждение 5.2.4, демонстрирует корпорация *Apple*, распространяющая операционную систему *MacOS X* открыто, и получающая доход от продажи закрытого дополнительного программного обеспечения.

Результаты утверждений 5.2.1—5.2.4 схематично обобщены на рис. 5.2.1.

Если еще сильнее огрубить и стилизовать результаты, то получим матрицу, устроенную так, как принято в теории менеджмента (рис. 5.2.2).

Оптимальный выбор монополиста, предлагающего на рынке программного обеспечения продукт, состоящий из ядра, расширений и дополнительного сервиса, определяется соотношением между уровнем зависимости спроса на расширения от инновационной активности их пользователей и уровнем дополнительного сервиса:

- при низком уровне зависимости спроса на расширения от инновационной активности их пользователей оптимальной является модель бизнеса $(0 + 3)$;

- при одновременно высоком уровне дополнительного сервиса и зависимости спроса на расширения от инновационной активности их пользователей оптимальна модель $(o + o)$;
- в остальных случаях — модель $(z + o)$.



Рис. 5.2.1. Выбор оптимальной модели бизнеса монопольным разработчиком программного обеспечения

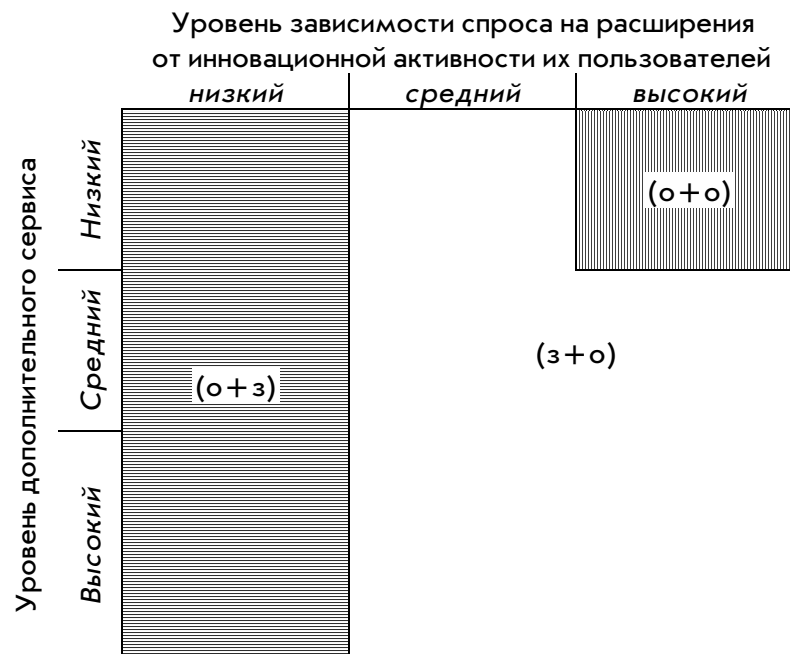


Рис. 5.2.2. Стратегическая матрица для выбора оптимальной модели бизнеса монопольным разработчиком программного обеспечения

§ 5.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЯ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ КАК УСЛУГИ

Основные предположения

Рассмотрим монополиста, распространяющего программное обеспечение как услугу.

У такого разработчика программного обеспечения есть выбор из четырех моделей бизнеса:

- п) подключение пользователей к продукту (п) на условиях платной подписки;
- р) бесплатное и свободное подключение пользователей к продукту (р) и получение доходов от размещения в этом продукте рекламы;
- г) гибридная модель, предполагающая подключение пользователей к продукту (г) по подписке и размещение в этом продукте рекламы;
- д) одновременное предложение двух продуктов: бесплатного (р), в который встроена реклама, и распространяемого по платной подписке (п), в котором реклама отсутствует.

Будем использовать следующие обозначения:

- q_{\max} — емкость рынка;
- α_j — максимально возможная цена продукта $j \in \{п, р, г\}$;
- $p_{п}$ — цена подписки на продукт, устанавливаемая разработчиком;
- v — интенсивность показов рекламы в продукте (т.е. количество рекламных показов одному пользователю в единицу времени);
- p_p — доход разработчика от одного показа рекламы (задаваемый экзогенно);
- q_j — спрос на продукт j ;
- f_i — постоянные издержки разработчика в зависимости от выбранной им модели бизнеса $i \in \{п, р, г, д\}$;
- π_i — прибыль разработчика в зависимости от выбранной им модели бизнеса i .

Будем считать переменные издержки разработчика нулевыми и использовать линейные функции спроса на продукты:

$$q_j(p_\pi) = \begin{cases} q_{\max} \left(1 - \frac{p_\pi}{\alpha_j} \right), & \alpha_j > 0, \\ 0, & \alpha_j \leq 0, \end{cases}$$

$$j \in \{\pi, \Gamma\},$$

причем предположим, что

$$\alpha_\pi = \text{const}, \quad \alpha_\Gamma = \alpha_\Gamma(v) = \alpha_\pi - \beta v^2.$$

Примем предположение, что все потенциальные потребители будут пользоваться бесплатным продуктом (р) несмотря на наличие в нем рекламы, до тех пор пока интенсивность рекламных показов не компенсирует ценность, приносимую продуктом:

$$q_p = \begin{cases} q_{\max}, & \alpha_p > 0, \\ 0, & \alpha_p \leq 0, \end{cases}$$

где

$$\alpha_p = \alpha_p(v) = \alpha_\Gamma(v) = \alpha_\pi - \beta v^2.$$

Будем считать решения разработчика программного обеспечения по выбору модели бизнеса *стратегическими*, а решения по установлению цены подписки и / или интенсивности показа рекламы в рамках уже выбранной модели бизнеса — *тактическими*.

Предположим, что разработчик программного обеспечения в рамках выбранной им модели бизнеса решает задачу максимизации прибыли путем выбора оптимальных тактических решений.

Прибыль разработчика в зависимости от выбранной им модели бизнеса $i \in \{\pi, p, \Gamma\}$ определяется следующими выражениями:

$$\pi_\pi = p_\pi q_\pi - f_\pi = p_\pi q_{\max} \left(1 - \frac{p_\pi}{\alpha_\pi} \right) - f_\pi;$$

$$\pi_p = vp_p q_p - f_p = \begin{cases} vp_p q_{\max} - f_p, & \beta v^2 < \alpha_{\Pi}, \\ -f_p, & \beta v^2 \geq \alpha_{\Pi}; \end{cases}$$

$$\pi_r = (p_{\Pi} + vp_p) q_r - f_r =$$

$$= \begin{cases} (p_{\Pi} + vp_p) q_{\max} \left(1 - \frac{p_{\Pi}}{\alpha_{\Pi} - \beta v^2} \right) - f_r, & \beta v^2 < \alpha_{\Pi}, \\ -f_r, & \beta v^2 \geq \alpha_{\Pi}. \end{cases}$$

В модели (д) платный продукт приобретет часть q_{Π} потенциальных пользователей, для которой выполняется неравенство

$$\alpha_{\Pi} \left(1 - \frac{q_{\Pi}}{q_{\max}} \right) - p_{\Pi} > \alpha_p \left(1 - \frac{q_{\Pi}}{q_{\max}} \right),$$

а именно

$$q_{\Pi} = q_{\max} \left(1 - \frac{p_{\Pi}}{\alpha_{\Pi} - \alpha_p} \right) = q_{\max} \left(1 - \frac{p_{\Pi}}{\beta v^2} \right),$$

а все оставшиеся пользователи

$$q_p = q_{\max} - q_{\Pi} = \frac{q_{\max} p_{\Pi}}{\beta v^2}$$

либо воспользуются бесплатным продуктом со встроенной рекламой (при $\beta v^2 < \alpha_{\Pi}$), либо не выберут ни один продукт (при $\beta v^2 \geq \alpha_{\Pi}$). Таким образом,

$$\pi_d = p_{\Pi} q_{\Pi} + vp_p q_p - f_d =$$

$$= \begin{cases} p_{\Pi} q_{\max} \left(1 + \frac{vp_p - p_{\Pi}}{\beta v^2} \right) - f_d, & \beta v^2 < \alpha_{\Pi}, \\ p_{\Pi} q_{\max} \left(1 - \frac{p_{\Pi}}{\beta v^2} \right) - f_d, & \beta v^2 \geq \alpha_{\Pi}. \end{cases}$$

Оптимальные тактические решения в различных моделях бизнеса

Оптимальные тактические решения разработчика программного обеспечения как услуги для четырех вариантов моделей бизнеса определяются утверждениями 5.3.1—5.3.4.

УТВЕРЖДЕНИЕ 5.3.1. *Оптимальная цена подписки*

$$p_{\Pi}^* = \frac{\alpha_{\Pi}}{2}$$

устанавливаемая разработчиком программного обеспечения, выбравшего модель бизнеса (Π), доставляет ему оптимальную прибыль

$$\pi_{\Pi}^* = \frac{\alpha_{\Pi} q_{\max}}{4} - f_{\Pi}.$$

Доказательство данного утверждения очевидно. \square

УТВЕРЖДЕНИЕ 5.3.2. *Оптимальная интенсивность показов рекламы*

$$v^* = \sqrt{\frac{\alpha_{\Pi}}{\beta}},$$

устанавливаемая разработчиком программного обеспечения, выбравшего модель бизнеса (p), доставляет ему оптимальную прибыль

$$\pi_p^* = \sqrt{\frac{\alpha_{\Pi}}{\beta}} p_p q_{\max} - f_p.$$

Доказательство. Максимум прибыли

$$\pi_p = v p_p q_{\max} - f_p$$

при условии $\beta v^2 < \alpha_{\Pi}$ достигается, очевидно, при $v^* = \sqrt{\frac{\alpha_{\Pi}}{\beta}}$, при этом

$$\pi_p^* = \sqrt{\frac{\alpha_{\Pi}}{\beta}} p_p q_{\max} - f_p,$$

что и требовалось доказать. \square

УТВЕРЖДЕНИЕ 5.3.3. Если разработчик программного обеспечения выбрал модель бизнеса (Г), то оптимальная интенсивность рекламных показов v^* является корнем уравнения

$$\alpha_{\Pi}^2 - \alpha_{\Pi}^2 v + 3vp_p \alpha_{\Pi} + v^2 p_p \alpha_{\Pi} - 4\alpha_{\Pi} \beta v^2 + \beta v^2 p_p - \beta v^3 p_p + 3\beta^2 v^4 - 3\beta v^4 p_p + \beta^2 v^5 = 0,$$

а оптимальная цена подписки p_{Π}^* и оптимальная прибыль π_{Γ}^* связаны с оптимальной интенсивностью рекламных показов v^* соотношениями

$$p_{\Pi}^* = \frac{v^* (\alpha_{\Pi} - \beta (v^*)^2 - p_p)}{v^* + 1},$$

$$\pi_{\Gamma}^* = \frac{v^* (\alpha_{\Pi} - \beta (v^*)^2 + v^* p_p)^2 q_{\max}}{(v^* + 1)^2 (\alpha_{\Pi} - \beta (v^*)^2)} - f_{\Gamma}.$$

Доказательство. Условия второго порядка в задаче максимизации прибыли

$$\pi_{\Gamma} = (p_{\Pi} + vp_p) q_{\max} \left(1 - \frac{p_{\Pi}}{\alpha_{\Pi} - \beta v^2} \right) - f_{\Gamma} \rightarrow \max$$

имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_{\Gamma}}{\partial p_{\Pi}} = 0, \\ \frac{\partial \pi_{\Gamma}}{\partial v} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_{\max} \left(v - \frac{(v+1)p_{\Pi} + vp_p}{\alpha_{\Pi} - \beta v^2} \right) = 0, \\ \frac{q_{\max} \left(p_p (\alpha_{\Pi} - \beta v^2)^2 - p_{\Pi} p_p (\alpha_{\Pi} - \beta v^2) - 2\beta v (p_{\Pi} + vp_p) p_{\Pi} \right)}{(\alpha_{\Pi} - \beta v^2)^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} p_{\Pi} = \frac{v(\alpha_{\Pi} - \beta v^2 - p_p)}{v+1}, \\ (\alpha_{\Pi})^2 - (\alpha_{\Pi})^2 v + 3vp_p \alpha_{\Pi} + v^2 p_p \alpha_{\Pi} - 4\alpha_{\Pi} \beta v^2 + \beta v^2 p_p - \beta v^3 p_p + 3\beta^2 v^4 - 3\beta v^4 p_p + \beta^2 v^5 = 0. \end{cases}$$

Подставляя выражение цены из предпоследнего уравнения в прибыль, получим

$$\pi_r^* = \frac{v^* (\alpha_\pi - \beta(v^*)^2 + v^* p_p)^2 q_{\max}}{(v^* + 1)^2 (\alpha_\pi - \beta(v^*)^2)} - f_r,$$

что и требовалось доказать. \square

УТВЕРЖДЕНИЕ 5.3.4. Если разработчик программного обеспечения выбрал модель бизнеса (д), то оптимальные значения интенсивности показов рекламы

$$v^* = \sqrt{\frac{\alpha_\pi}{\beta}}$$

и цены подписки

$$p_\pi^* = \frac{\alpha_\pi + p_p \sqrt{\frac{\alpha_\pi}{\beta}}}{2}$$

доставляют ему оптимальную прибыль

$$\pi_d^* = \frac{\left(\alpha_\pi + p_p \sqrt{\frac{\alpha_\pi}{\beta}} \right)^2 q_{\max}}{4\alpha_\pi} - f_d.$$

Доказательство. При $\beta v^2 \geq \alpha_\pi$ производная

$$\frac{\partial \left(p_\pi q_{\max} \left(1 - \frac{p_\pi}{\beta v^2} \right) - f_d \right)}{\partial v} = \frac{2p_\pi^2 q_{\max}}{\beta v} > 0,$$

и оптимального решения задачи максимизации прибыли

$$\pi_d = p_\pi q_{\max} \left(1 - \frac{p_\pi}{\beta v^2} \right) - f_d \rightarrow \max_{\beta v^2 \geq \alpha_\pi}$$

не существует. Отсюда следует, что $\beta v^2 < \alpha_\pi$. Рассмотрим задачу

$$\pi_d = p_\pi q_{\max} \left(1 + \frac{v p_p - p_\pi}{\beta v^2} \right) - f_d, \rightarrow \max_{\beta v^2 < \alpha_\pi}.$$

Условие максимума второго порядка по переменной p_π дает выражение этой переменной через v :

$$\frac{\partial \pi_{\text{д}}}{\partial p_{\text{п}}} = 0 \Leftrightarrow q_{\text{max}} \left(1 + \frac{vp_{\text{п}} - 2p_{\text{п}}}{\beta v^2} \right) = 0 \Leftrightarrow p_{\text{п}} = \frac{\beta v^2 + vp_{\text{п}}}{2}.$$

Производная

$$\frac{\partial \pi_{\text{д}}}{\partial v} = p_{\text{п}} q_{\text{max}} \left(\frac{2p_{\text{п}} - vp_{\text{п}}}{\beta v^3} \right) = \frac{p_{\text{п}} q_{\text{max}}}{v} > 0,$$

поэтому максимум прибыли достигается при $v^* = \sqrt{\frac{\alpha_{\text{п}}}{\beta}}$, при этом

$$p_{\text{п}}^* = \frac{\alpha_{\text{п}} + p_{\text{п}} \sqrt{\frac{\alpha_{\text{п}}}{\beta}}}{2},$$

$$\pi_{\text{д}}^* = \frac{\left(\alpha_{\text{п}} + p_{\text{п}} \sqrt{\frac{\alpha_{\text{п}}}{\beta}} \right)^2 q_{\text{max}}}{4\alpha_{\text{п}}} - f_{\text{д}}.$$

Утверждение доказано. \square

Сравнение моделей бизнеса

Сравнение оптимальных значений прибыли в различных моделях бизнеса приводит к утверждениям 5.3.5—5.3.6, позволяющим формализовать оптимальный стратегический выбор разработчика программного обеспечения.

УТВЕРЖДЕНИЕ 5.3.5. При одинаковых постоянных издержках модель бизнеса (д) всегда доминирует модели (п) и (г).

Доказательство. Очевидно,

$$\alpha_{\text{п}} < \alpha_{\text{п}} + p_{\text{п}} \sqrt{\frac{\alpha_{\text{п}}}{\beta}} \Rightarrow \frac{\alpha_{\text{п}} q_{\text{max}}}{4} < \frac{\left(\alpha_{\text{п}} + p_{\text{п}} \sqrt{\frac{\alpha_{\text{п}}}{\beta}} \right)^2 q_{\text{max}}}{4\alpha_{\text{п}}} \Rightarrow \pi_{\text{п}}^* < \pi_{\text{д}}^*,$$

т. е. модель бизнеса (д) всегда доминирует модель (п).

Чтобы доказать, что модель бизнеса (д) доминирует и модель (г), достаточно заметить, что та часть пользователей, которая не приобретает продукт в модели (г), в модели (д) приобретет бесплат-

ную версию, и, просматривая рекламу, будет приносить разработчику программного обеспечения доход.

Утверждение доказано полностью. \square

Данное утверждение применимо также к обоснованию распространения условно бесплатных продуктов, наподобие популярных архиваторов *WinRAR* и *WinZIP*, когда при запуске программы выводится диалоговое окно с напоминанием о возможной платной регистрации, которая позволит отключить показ данного окна. Такое диалоговое окно можно рассматривать как демонстрацию рекламы с нулевой ценой, поскольку рекламодателем является сам разработчик программного обеспечения.

УТВЕРЖДЕНИЕ 5.3.6. При одинаковых постоянных издержках модель бизнеса (д) доминирует модель (р) тогда и только тогда, когда выполняется условие

$$\sqrt{\alpha_{\pi}\beta} + p_p - 2\sqrt{p_p} \sqrt[4]{\alpha_{\pi}\beta^3} > 0.$$

Доказательство. Имеем:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\alpha_{\pi}\beta} + p_p - 2\sqrt{p_p} \sqrt[4]{\alpha_{\pi}\beta^3} > 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & \sqrt{\frac{\alpha_{\pi}}{\beta}} p_p q_{\max} < \frac{\left(\alpha_{\pi} + p_p \sqrt{\frac{\alpha_{\pi}}{\beta}}\right)^2 q_{\max}}{4\alpha_{\pi}} \Leftrightarrow \pi_p^* < \pi_d^*. \end{aligned}$$

Утверждение доказано. \square

Условие, полученное в этом утверждении, очевидно, выполняется при большой цене рекламного показа p_p или при большой потребительской ценности продукта α_{π} .

§ 5.4. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЕЙ АППАРАТНОГО И ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ О ВЫПУСКЕ НОВЫХ ВЕРСИЙ

Выбор оптимальной цены новой версии с учетом сетевых внешних эффектов

Будем рассматривать рынок, на котором разработчиком-монополистом предлагается некий программный продукт.

При этом вначале предлагается первая версия продукта, а затем — ее обновление, вторая версия.

Обозначим

- r — процентную ставку за период между выпусками двух версий;
- f_i и v_i — соответственно постоянные и переменные издержки по выпуску i -й версии продукта;
- p_i — цену i -й версии продукта, устанавливаемую разработчиком;
- y_i — спрос на i -й версию продукта ($i = 1, 2$).

Будем считать, что спрос на первую версию программного продукта зависит только от его цены p_1 :

$$y_1 = q_1(p_1),$$

а спрос на вторую версию зависит от его цены p_2 и от реализованного спроса на первую версию $q_1(p_1)$:

$$y_2 = q_2(q_1(p_1), p_2).$$

Разработчик решает задачу максимизации прибыли от реализации двух версий продукта:

$$\pi = (p_1 - v_1)q_1(p_1) - f_1 + \frac{1}{1+r}(p_2 - v_2)q_2(q_1(p_1), p_2) - f_2 \rightarrow \max.$$

Условия первого порядка в этой задаче дают

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi}{\partial p_1} = 0, \\ \frac{\partial \pi}{\partial p_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (p_1 - v_1) \frac{\partial q_1}{\partial p_1} + q_1(p_1) + \frac{1}{1+r} (p_2 - v_2) \frac{\partial q_2}{\partial q_1} \frac{\partial q_1}{\partial p_1} = 0, \\ \frac{1}{1+r} \left((p_2 - v_2) \frac{\partial q_2}{\partial p_2} + q_2(q_1(p_1), p_2) \right) = 0. \end{cases}$$

Если обозначить

$$\varepsilon_i = \frac{\partial q_i}{\partial p_i} \bigg/ \frac{q_i}{p_i}$$

эластичность спроса на i -ю версию программного продукта по цене, то условия максимума прибыли можно переписать так:

$$\begin{cases} p_1 = \frac{v_1 - \frac{p_2 - v_2}{1+r} \frac{\partial q_2}{\partial q_1}}{1 + 1/\varepsilon_2}, \\ p_2 = \frac{v_2}{1 + 1/\varepsilon_1}. \end{cases}$$

Из неположительности эластичности ε_1 следует, что $p_2 \geq v_2$.

Если сетевой внешний эффект отсутствует, и спрос на новую версию не зависит от числа пользователей старой версии, т. е.

$$\frac{\partial q_2}{\partial q_1} = 0,$$

то оптимальная цена первой версии

$$p_1^{\text{без ВЭ}} = \frac{v_1}{1 + 1/\varepsilon_2}.$$

Если же спрос на новую версию зависит от числа пользователей старой версии, то очевидно, что зависимость эта прямая, т. е.

$$\frac{\partial q_2}{\partial q_1} > 0,$$

поэтому

$$p_1^{\text{ВЭ}} = \frac{v_1 - \frac{p_2 - v_2}{1+r} \frac{\partial q_2}{\partial q_1}}{1 + 1/\varepsilon_2} < p_1^{\text{без ВЭ}}.$$

Итак, наличие внешнего эффекта приводит к тому, что разработчик предлагает первую версию программного продукта по меньшей цене, чем если бы внешнего эффекта не было. При этом вторая версия продукта предлагается по стандартной для монополии цене, выравнивающей предельные доходы и предельные издержки.

Выбор оптимального момента выпуска новой версии программного обеспечения

Рассмотрим теперь динамику рынка, на котором разработчиком-монополистом предлагается некий программный продукт.

Предположим, что полезность, получаемая пользователями программного продукта, исходит не только от его потребительских свойств, но и от числа других пользователей данного продукта (так, например, при выборе текстового редактора имеет смысл учесть, сколько других пользователей смогут открыть документы, созданные с помощью данного продукта).

Исходя из этого, будем считать, что число $y(t)$ пользователей данного продукта в каждый момент времени t прорастает на величину

$$\frac{dy}{dt} = g(y(t), p),$$

зависящую от числа пользователей, которые уже приобрели данный продукт, и от цены продукта p .

Будем считать, что

$$\frac{\partial g(y, p)}{\partial p} < 0,$$

т. е. чем выше цена продукта, тем меньше желающих его купить, и что

$$\frac{\partial^2 g(y, p)}{\partial y^2} < 0,$$

т. е. число пользователей программного продукта вначале увеличивается быстро, но затем замедляет рост.

Предположим, что разработчик программного обеспечения выбирает момент t^* , в который имеет смысл выпустить на рынок новую версию программного продукта.

Обозначим

- $\delta = \ln(1+r)$ — непрерывную ставку дисконтирования;
- f_i и v_i — соответственно постоянные и переменные издержки по выпуску i -й версии продукта;
- p_i — цену i -й версии продукта, устанавливаемую разработчиком ($i = 1, 2$).

Будем считать, что в течение всего срока выпуска продукта разработчик удерживает его цену на постоянном уровне.

Предположим также, что старая версия продукта после выпуска новой версии становится недоступной, новая версия продукта полностью совместима со старой и все пользователи старой версии автоматически получают бесплатное обновление до новой версии.

Рассмотрим задачу на конечном временном отрезке $t \in [0, T]$.

В сформулированных предположениях задача максимизации разработчиком своей прибыли от реализации первой и второй версии программного обеспечения выглядит следующим образом:

$$J = \int_0^{t^*} e^{-\delta t} (p_1 - v_1) g(y(t), p_1) dt - f_1 +$$

$$+ \int_{t^*}^T e^{-\delta t} (p_2 - v_2) g(y(t), p_2) dt - f_2 \rightarrow \max,$$

$$\frac{dy}{dt} = g(y(t), p),$$

$$y(0) = 0.$$

Необходимое условие максимума целевого функционала по переменной t^* имеет следующий вид:

$$\frac{\partial J}{\partial t^*} = 0 \Leftrightarrow (p_1 - v_1) g(y(t^*), p_1) = (p_2 - v_2) g(y(t^*), p_2). \quad (5.4.1)$$

Условие второго порядка, очевидно, выполняется.

Полученное условие (5.4.1) означает, что оптимальный момент выпуска новой версии программного обеспечения определяется условием равенства мгновенной прибыли от старой и новой версий, что иллюстрируется рис. 5.4.1.

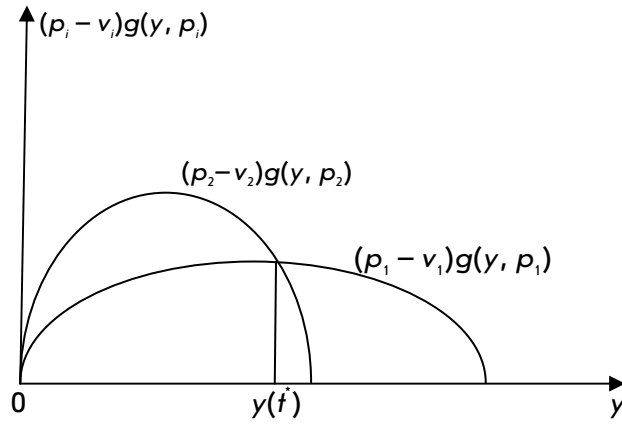
Взаимодействие производителей программного и аппаратного обеспечения при принятии решений о выпуске новых версий продуктов

Теперь рассмотрим ситуацию, в которой и производитель аппаратного обеспечения (I), и производитель коммерческого программного обеспечения (W) занимают монопольное положение.

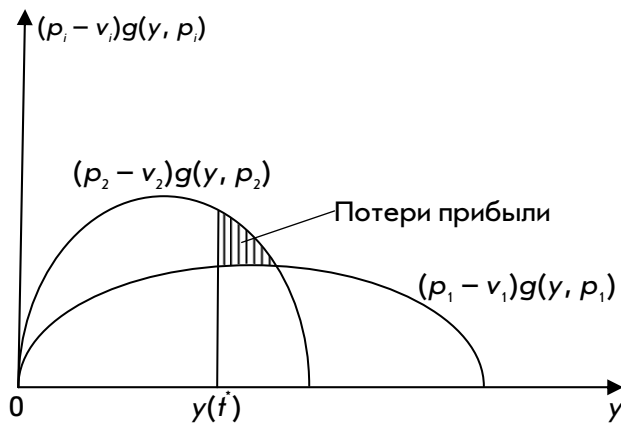
Как и ранее, будем считать, что «связка» аппаратного и программного обеспечения представляет собой комбинированный продукт, и ни один потребитель не приобретает компьютер без программного обеспечения или программное обеспечение отдельно от компьютера.

Будем предполагать, что в каждый дискретный момент времени производитель аппаратного обеспечения может инвестировать сумму r_I и начать выпускать микропро-

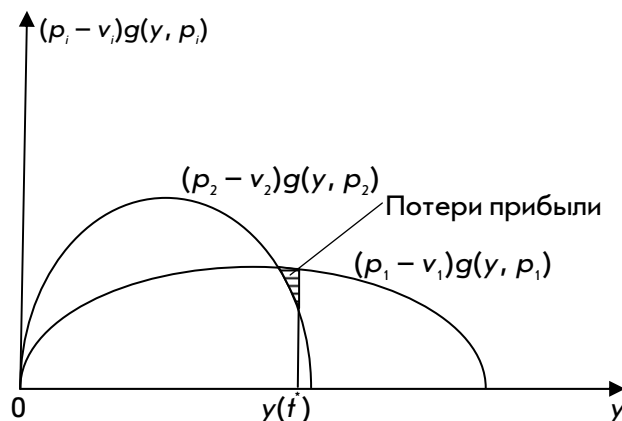
цессоры нового поколения (взамен микропроцессоров предыдущего поколения). Точно так же и производитель программного обеспечения в каждый дискретный момент времени может инвестировать сумму r_M и начать выпускать новую версию программного обеспечения.



а) оптимальный момент выпуска новой версии



б) слишком ранний момент выпуска новой версии



в) слишком поздний момент выпуска новой версии

Рис. 5.4.1. Выбор оптимального момента выпуска новой версии программного обеспечения

Таким образом, у первого игрока — производителя аппаратного обеспечения — есть две стратегии:

- н) начать выпуск аппаратного обеспечения нового поколения;
- с) продолжать выпуск аппаратного обеспечения предыдущего поколения.

У второго игрока — разработчика программного обеспечения — также есть две стратегии:

- н) начать выпуск новой версии программного обеспечения;
- с) продолжать выпуск предыдущей версии программного обеспечения.

В результате стратегического выбора двух рассматриваемых участников рынка на рынке возможно предложение четырех продуктов:

- н+н) аппаратное обеспечение нового поколения с новой версией программного обеспечения;
- н+с) аппаратное обеспечение нового поколения с предыдущей версией программного обеспечения;
- с+н) аппаратное обеспечение предыдущего поколения с новой версией программного обеспечения;
- с+с) аппаратное обеспечение предыдущего поколения с предыдущей версией программного обеспечения.

Как было показано в параграфе 3.1, сумма прибыли и постоянных издержек у разработчика программного обеспечения такая же, как и у производителя аппаратного обеспечения.

Поэтому в каждой из указанных четырех ситуаций сумма прибыли и постоянных издержек у двух игроков одна и та же (согласно утверждению 3.1.1). Обозначим эту сумму a , b , c и d соответственно для ситуаций (н+н), (н+с), (с+н) и (с+с).

Будем считать, что и новое поколение аппаратного обеспечения, и новая версия программного обеспечения улучшают характеристики комбинированного продукта, т. е.

$$a > b > d, \quad a > c > d.$$

Тогда рассматриваемая конфликтная ситуация формализуется биматричной игрой с биматрицей выигрышей

$$\left(\begin{array}{cc} (a - r_I; a - r_M) & (b - r_I; b) \\ (c; c - r_M) & (d; d) \end{array} \right).$$

Если

$$a - r_I > c, \quad b - r_I > d,$$

то, очевидно, первая стратегия производителя аппаратного обеспечения доминирует его вторую стратегию.

Если при этом

$$a - r_M > b,$$

то единственной оптимальной по Парето является ситуация $(n + n)$, е если

$$a - r_I > c, \quad b - r_I > d, \quad a - r_M < b,$$

то оптимальной по Парето является ситуация $(n + c)$.

Дальнейший анализ сведен в табл. 5.4.1, из которой видно, что при многократном повторении игры с различными соотношениями между параметрами на некоторых шагах оба производителя принимают решение о выпуске продукта нового поколения, на некоторых шагах обоим участникам рынка выгодно продолжить выпускать продукты предыдущего поколения, а на части шагов одному из производителей выгодно начать выпускать новый продукт, а другому — продолжать выпускать старый продукт и увеличить прибыль за счет издержек, понесенных партнером (поскольку они приводят к увеличению доходов от продажи комбинированного продукта).

Реальный рынок демонстрирует, что, как правило, производителю аппаратного обеспечения выгоднее производить обновление продукции чаще, чем разработчику программного обеспечения. Например, корпорация *Microsoft* выпустила 32-битную операционную систему (*Windows 95*) спустя 10 лет после выпуска корпорацией *Intel* 32-битного микропроцессора (*Intel 386*), операционная система *Windows* не была обновлена после выпуска микропроцессора *Intel Pentium MMX* с поддержкой мультимедийных операций.

Таблица 5.4.1

**Зависимость ситуаций равновесия
от соотношений между параметрами**

Соотношение между параметрами	Ситуации, оптимальные по Парето	Соотношение между параметрами	Ситуации, оптимальные по Парето
$\begin{cases} a - r_l > c, \\ b - r_l > d, \\ a - r_m > b \end{cases}$	(н+н)	$\begin{cases} a - r_l < c, \\ b - r_l > d, \\ a - r_m > b, \\ c - r_m > d \end{cases}$	(с+н)
$\begin{cases} a - r_l > c, \\ b - r_l > d, \\ a - r_m < b \end{cases}$	(н+с)	$\begin{cases} a - r_l < c, \\ b - r_l > d, \\ a - r_m > b, \\ c - r_m < d \end{cases}$	(с+н), (н+н)
$\begin{cases} a - r_l > c, \\ b - r_l < d, \\ a - r_m > b, \\ c - r_m > d \end{cases}$	(н+н)	$\begin{cases} a - r_l < c, \\ b - r_l > d, \\ a - r_m < b, \\ c - r_m > d \end{cases}$	(н+с), (с+н), (н+н)
$\begin{cases} a - r_l > c, \\ b - r_l < d, \\ a - r_m > b, \\ c - r_m < d \end{cases}$	(н+н)	$\begin{cases} a - r_l < c, \\ b - r_l > d, \\ a - r_m < b, \\ c - r_m < d \end{cases}$	(н+с),
$\begin{cases} a - r_l > c, \\ b - r_l < d, \\ a - r_m < b, \\ c - r_m > d \end{cases}$	(н+с), (н+н)	$\begin{cases} a - r_l < c, \\ b - r_l < d, \\ c - r_m > d \end{cases}$	(с+н)
$\begin{cases} a - r_l > c, \\ b - r_l < d, \\ a - r_m < b, \\ c - r_m < d \end{cases}$	(с+с)	$\begin{cases} a - r_l < c, \\ b - r_l < d, \\ c - r_m < d \end{cases}$	(с+с)

РЕЗЮМЕ

Модель взаимодействия производителя коммерческого программного обеспечения с пользователями в условиях наличия рынка нелегальных копий показывает, что рациональный пользователь только в половине случаев предпочтет приобрести лицензионное программное обеспечение, а рациональный производитель никогда не будет

инициировать проверок легальности использования его продукта пользователями.

Полученный результат демонстрирует несовершенство подхода производителя к коммерциализации разработанного им программного обеспечения на основе продажи лицензий: ведь при этом производитель соберет только половину от потенциальной выручки, а половина пользователей будет приобретать пиратские копии.

Выходом представляется отказ от продажи лицензий и свободное распространение программного обеспечения, при котором производитель зарабатывает на оказании дополнительных услуг: поддержке, разработке дополнительных модулей, встраивании рекламы (как в популярных интернет-сервисах) и т. п. При этом производитель занимается собственно разработкой программного обеспечения, не затрачивая ресурсов на выявление нарушителей авторских прав и привлечение их к ответственности. Также возможно использование других инновационных моделей бизнеса — распространения программного обеспечения как услуги и облачных вычислений.

Оптимальный выбор монополиста, предлагающего на рынке программного обеспечения продукт, состоящий из ядра, расширений и дополнительного сервиса, определяется соотношением между уровнем зависимости спроса на расширения от инновационной активности их пользователей и уровнем дополнительного сервиса: модель бизнеса с открытым ядром и закрытыми расширениями является оптимальной при низком уровне зависимости спроса на расширения от инновационной активности их пользователей; полностью открытая модель бизнеса оптимальна при одновременно высоком уровне дополнительного сервиса и зависимости спроса на расширения от инновационной активности их пользователей оптимальна модель, а в остальных случаях оптимальной является модель бизнеса с закрытым ядром и открытыми расширениями (полностью закрытая модель на монопольном рынке никогда не оптимальна).

При одинаковых постоянных издержках модель бизнеса с одновременным предложением платной подписки на продукт без встроенной рекламы и бесплатного продукта, в

который встроена реклама, всегда доминирует модели, предполагающие только предложение платной подписки или встраивание рекламы в платные продукты, и доминирует модель распространения бесплатного продукта с рекламой без взимания платы с пользователей при большой цене рекламного показа или при большой потребительской ценности продукта.

Наличие внешнего эффекта приводит к тому, что разработчик предлагает первую версию программного продукта по меньшей цене, чем если бы внешнего эффекта не было. При этом вторая версия продукта предлагается по стандартной для монополии цене, выравнивающей предельные доходы и предельные издержки.

Оптимальный момент выпуска монопольным разработчиком программного обеспечения новой версии выпускаемого продукта определяется условием равенства мгновенной прибыли от распространения старой и новой версий.

Анализ взаимодействия поставщиков аппаратного и программного обеспечения по выпуску новых поколений продуктов продемонстрировал, что существуют моменты, когда одному из производителей выгодно начать выпускать новый продукт, а другому — продолжать выпускать старый продукт и увеличить прибыль за счет издержек, понесенных партнером (поскольку они приводят к увеличению доходов от продажи комбинированного продукта).

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

Проведенное в работе экономико-математическое моделирование поведения участников рынка программного обеспечения позволило сформулировать следующие основные выводы, справедливые при выполнении определенных предположений о поведении участников рынка, основными из которых являются предположения о рациональности их поведения и об ограниченном наборе моделей бизнеса на основе распространения закрытых, полностью и частично открытых продуктов с извлечением доходов от распространения лицензий и подписок, размещения рекламы и оказания дополнительных услуг.

1. Рынок программного обеспечения представляет собой рынок знаний и существенно отличается от традиционных рынков, прежде всего, особыми свойствами товаров — нематериальностью, идемпотентностью и институтом защиты авторских прав. Кроме того, в отличие от других интеллектуальных товаров, программное обеспечение может входить в состав интеллектуального капитала, его невозможно использовать без комплементарного материального товара — аппаратного обеспечения, причем потребительскую ценность представляет только программное обеспечение, представленное в особенной электронной форме, определяемой используемым аппаратным обеспечением. Эти особенности, в частности, лежат в основе несоответствия поведения производителей традиционных коммерческих программных продуктов целям своей деятельности: производители таких продуктов вынуждены изобличать распространителей и пользователей пиратских копий вместо того, чтобы заниматься исключительно производством.

На основе любого несоответствия можно построить инновацию, и такими инновациями на рынке программного обеспечения стали новые модели бизнеса, основанные на предложении некоммерческих программных продуктов, программного обеспечения как услуги.

2. Построенные статические модели поведения участников рынка программного обеспечения демонстрируют, что, во-первых, потребителям выгоднее конкуренция коммерческого и некоммерческого производителей, чем конкуренция двух производителей, оба из которых максимизируют свою прибыль; во-вторых, производителю коммерческого программного обеспечения также предпочтительнее конкурировать с некоммерческим производителем, чем с участником рынка, максимизирующим прибыль; в-третьих, вне зависимости от склонности производителей и пользователей программного обеспечения к риску рациональный пользователь только в половине случаев предпочтет приобрести лицензионное программное обеспечение, а рациональный производитель никогда не будет инициировать проверку легальности использования его продукта пользователями. Полученные результаты свидетельствуют о несовершенстве подхода производителей к коммерциализации разработанного ими программного обеспечения на основе продажи лицензий.

3. Разработанные модели взаимодействия двух конкурирующих поставщиков аппаратного и программного обеспечения продемонстрировали отсутствие равновесия Нэша в чистых стратегиях, при этом результаты анализа разделения рынка программного обеспечения между пользователями лицензионных копий коммерческих продуктов, их пиратских копий и некоммерческих аналогов в равновесии Курно в соотношении 45% : 22,5% : 22,5% (при неохваченных 10% рынка) согласуются со статистическими данными об американском рынке программного обеспечения (на котором эти доли составляют 45%, 20% и 20% соответственно), что позволяет заключить, что рынок программного обеспечения в США близок к состоянию равновесия, тогда как большинство стран Западной Европы находятся от него чуть дальше, а другие страны, в том числе Россия, от рав-

новесия далеки; определены также равновесные значения цен всех продуктов и прибыли всех участников рынка; сравнение результатов для рынков с предложением пиратских копий коммерческого программного обеспечения и с отсутствием их предложения показывает, что пиратство приводит к снижению равновесных цен аппаратного и коммерческого программного обеспечения, увеличению числа их пользователей, увеличению прибыли разработчика коммерческого программного обеспечения при одновременном снижении прибыли производителей аппаратного обеспечения; кроме того, показано, что применение стратегии ценового лидерства производителем более дорогого аппаратного обеспечения не приводит к существенным изменениям прибыли участников рынка, применение стратегии ценового лидерства производителем более дешевого аппаратного обеспечения приводит к уменьшению его прибыли по сравнению с тем, как если бы он выступал ведомым, а производитель коммерческого программного обеспечения не может выступать ценовым лидером, поскольку функции реакции обоих производителей аппаратного обеспечения не зависят от цены коммерческого программного обеспечения.

4. Построенная динамическая модель смешанной дуополии производителей коммерческого и некоммерческого программных продуктов позволила проанализировать механизм конкуренции. Если рассматривать рынок без пиратства и считать переменные издержки производителя коммерческого продукта нулевыми, то в таких условиях коммерческий и некоммерческий продукты сосуществуют на рынке в том и только в том случае, когда увеличение числа пользователей некоммерческого продукта больше усиливает его брэнд, чем ослабляет брэнд его коммерческого конкурента; если же это не так, то коммерческий программный продукт полностью вытесняет некоммерческий продукт с рынка. При этом при отсутствии теневого рынка нелегальных копий программного обеспечения и в условиях нулевых переменных издержек коммерческого производителя последний ни при каких условиях не может быть вытеснен с рынка некоммерческим конкурентом, а распространение пиратских копий коммерческого продукта в не-

больших объемах только стимулирует увеличение доли коммерческого продукта на рынке, но, начиная с определенной доли, пиратство вынуждает производителя покинуть рынок. Другой причиной ухода производителя коммерческого продукта с рынка могут стать чрезмерно высокие издержки по обеспечению технической поддержки.

5. Моделирование стратегического выбора производителей на рынке программного обеспечения позволило сформулировать правила принятия оптимальных решений о выборе модели бизнеса по производству продуктов, состоящих из ядра и расширений и предполагающих возможное оказание дополнительных услуг, при различных соотношениях между уровнем зависимости спроса на расширения от инновационной активности пользователей и уровнем дополнительного сервиса, при этом полностью закрытая модель на монопольном рынке никогда не оптимальна. Также доказано, что модель распространения программного обеспечения как услуги с одновременным предложением платной подписки на продукт без встроенной рекламы и бесплатного продукта, в который реклама встроена, всегда доминирует модели, предполагающие только предложение платной подписки или встраивание рекламы в платные продукты, и доминирует модель распространения бесплатного продукта с рекламой без взимания платы с пользователей при большой цене рекламного показа или при большой потребительской ценности продукта. Кроме того, показано, что оптимальный момент выпуска разработчиком монополистом новой версии программного обеспечения определяется условием равенства мгновенной прибыли от старой и новой версий, причем оптимальные моменты выпуска новых версий программного обеспечения не всегда совпадают с оптимальными моментами выпуска новых поколений аппаратного обеспечения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. Оптимальное управление. — М.: Физматлит, 2005.
2. Арнольд В. И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели. — М.: МЦНМО, 2004.
3. Басс Ф. (Bass F. M.) A new product growth for model consumer durables // Management Science. — 1969. — V. 15. — P. 215—227.
4. Басс Ф. (Bass F. M.) Empirical generalizations and marketing science: A personal view // Marketing Science. — 1995. — V. 14. — P. G6—G19.
5. Басс Ф. (Bass F. M.) The future of research in marketing: Marketing science // Journal of Marketing Research. — 1993. — V. 30. — P. 1—6.
6. Бауэр Р., Коллар Э., Тан В. Управление инвестиционным проектом: Опыт IBM. — М.: ИНФРА-М, 1995.
7. Беленький В. З. Новая версия эволюционной модели диффузии технологий // Вероятностные модели математической экономики. — М.: ЦЭМИ АН СССР, 1990. — С. 19—54.
8. Беленький В. З. Оптимальное управление: Принцип максимума и динамическое программирование. — М.: РЭШ, 2001.
9. Бертран Ж. (Bertrand J.) Review de theorie mathematique de la richesse sociale. Recherches sur les principes mathematique de la theorie des richesses // Journal des Savants. — 1883. — P. 499—508.
10. Благодатских В. А., Серeda С. А., Посакалов К. Ф. Экономико-правовые основы рынка программного обеспечения. — М.: Финансы и статистика, 2007.
11. Бранденбургер А., Нейлбуфф Б. (Brandenburger A., Nalebuff B.). Co-Opetition. — NY., USA: Doubleday, 1996.
12. Бычкова С. Г. Методологические подходы к оценке конкурентоспособности страны и ее регионов // Вестник Университета / ГУУ. — 2008. — № 8(18). — С. 34—40.
13. Вальрас Л. (Walras L.) Elements d'Economie Politique Pure. Lausanne, Switzerland.: Rouge, 1874.
14. Варшавский Л. Е. Исследование динамики показателей рынков наукоемкой продукции (на примере рынков компонентов персональных компьютеров) // Экономика и математические методы. — 2004. — Т. 40. — № 1. — С. 101—116.

15. *Варшавский Л. Е.* Исследование инвестиционных стратегий фирм на рынках капиталом- и наукоемкой продукции: Производственные мощности, цены, технологические изменения. — М.: ЦЭМИ РАН, 2003.
16. *Васильев Ф. П.* Методы оптимизации. — М.: Факториал Пресс, 2002.
17. *Васин А. А.* Некооперативные игры в природе и обществе. — М.: МАКС Пресс, 2005.
18. *Васин А. А., Морозов В. В.* Теория игр и модели математической экономики. — М.: МАКС Пресс, 2005.
19. *Вэриан Х. Р., Фаррелл Дж., ШAPIPO К. (Varian H. R., Farrell J., Shapiro C.)* The Economics of Information Technology: An Introduction. — Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004.
20. *Гейтс Б.* Бизнес со скоростью мысли. — М.: Олимп-Бизнес, 2001.
21. *Гивон М., Махаджан В., Мюллер Е. (Givon M., Mahajan V., Muller E.)* Software piracy: Estimation of lost sales and the impact on software diffusion // Journal of Marketing. — 1995. — V. 59. — P. 29—37.
22. *Гивон М., Махаджан В., Мюллер Е. (Givon M., Mahajan V., Muller E.)* Assessing the relationship between the user-based market share and unit sale-based market share for pirated software brands in competitive markets // Technological Forecasting and Social Change. — 1997. — V. 55. — P. 131—144.
23. *Гирсанов И. В.* Лекции по математической теории экстремальных задач. — М., Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2003.
24. *Гольдштейн Г. Я.* Стратегические аспекты управления НИ-ОКР. — Таганрог: Издательство ТРТУ, 2000.
25. *Гомперс П., Лернер Дж. (Gompers P. A., Lerner J.)* The Venture Capital Cycle. — Cambridge, USA: MIT Press, 1999.
26. ГОСТ 19781—90 «Обеспечение систем обработки информации программное. Термины и определения» / Гагарин А. П., Багров А. В., Сергеева Н. А. — М.: Издательство стандартов, 1992.
27. *Гоуэр А., Кузумано М. (Gawer A., Cusumano M.)* Platform Leadership: How Intel, Microsoft, and Cisco Drive Industry Innovation. Boston, USA: Harvard Business School Press, 2002.
28. *Гражданский кодекс Российской Федерации от 18.12. 2006 г. № 230-ФЗ: Часть четвертая / Принят Государственной Думой Федерального Собрания Российской Федерации 24.11.2006 (в ред. Федеральных законов от 01.12.2007 № 318-ФЗ, от 30.06.2008 № 104-ФЗ, от 08.11.2008 № 201-ФЗ, от 21.02.2010 № 13-ФЗ, от 24.02.2010 № 17-ФЗ).* — <http://www.consultant.ru/popular/gkrf4/>.
29. *Гриличес Ц. (Griliches Z.)* Hybrid corn: An exploration in the economics of technological change // Econometrica. — 1957. — V. 25. — P. 501—522.
30. *Данилов В. И., Кошевой Г. А.* Экономика с инновационными товарами // Экономика и математические методы. — 2009. — Т. 45. — № 1. — С.44—55.
31. *Данилов В. И., Кошевой Г. А., Сотсков А. И. (Danilov V. I., Koshevoy G. A., Sotskov A. I.)* Equilibrium analysis of an economy with innovations // Journal of Mathematical Economics. — 1997. — V. 27. — P. 195—228.

32. Данилов В. И., Кошевой Г. А., Сотсков А. И. (Danilov V. I., Koshevoy G. A., Sotskov A. I.) Equilibrium at a market of intellectual goods // *Mathematical Social Science*. — 1994. — V. 27. — P. 133—144.
33. Данилов В. И., Кошевой Г. А., Сотсков А. И. Экономическое равновесие на рынке интеллектуальных товаров // *Экономика и математические методы*. — 1993. — Т. 29. — № 4. — С. 606—616.
34. Деванбю П., Стабблбайн С. (Devanbu P. T., Stubblebine S.) Software engineering for security: A roadmap // *Proceedings of the Conference on The Future of Software Engineering: International Conference on Software Engineering: Limerick, Ireland, June 04—11, 2000*. — Piscataway, USA: IEEE, 2000. — P. 3—22.
35. Додсон Дж., Мюллер Е. (Dodson J., Muller E.) Models of new products diffusion through advertising and worth-of-mouth // *Management Science*. — 1978. — V. 24. — P. 1568—578.
36. Докнер Е., Йоргенсен С. (Dockner E., Jorgensen S.) New-product advertising in dynamic oligopolies // *Methods and Models of Operations Research*. — 1992. — V. 36. — P. 459—473.
37. Докнер Е., Йоргенсен С. (Dockner E., Jorgensen S.) Optimal pricing strategies for new products in dynamic oligopolies // *Marketing Science*. — 1988. — V. 7. — P. 315—334.
38. Докнер Е., Йоргенсен С., Ван Лонг Н., Соргер Дж. (Dockner E., Jorgensen S., Van Long N., Sorger G.) *Differential Games in Economics and Management Science*. — Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000.
39. Долан Р., Джойланд А., Мюллер Е. (Dolan R., Jeuland A., Muller E.) Models of new-product diffusion: Extension to competition against existing and potential firms over time // *Innovation Diffusion Models of New Product Acceptance* / Eds.: V. Mahajan, Y. Wind. — Cambridge, USA: Ballinger Publishing Company, 1986. — P. 117—149.
40. Друкер П. (Drucker P. F.) *Innovation and Entrepreneurship*. — NY., USA: HarperBusiness, 1985 (Рус. пер. Друкер П. Ф. *Бизнес и инновации*. — М.: Вильямс, 2007).
41. Иансити М., Ричардс Г. (Iansiti M., Richards G. L.) The business of free software: Enterprise incentives, investment, and motivation in the open source community // *Harvard Business School Working Paper*. — 2006. — № 07—028.
42. *Инновационный менеджмент в России: Вопросы стратегического управления и научно-технологической безопасности* / Рук. авт. колл.: В. Л. Макаров, А. Е. Варшавский. — М.: Наука, 2004. — 880 с.
43. Интрилигатор М. *Математические методы оптимизации и экономическая теория*. — М.: Прогресс, 1975.
44. Йоффе Д., Касадеус-Масанелл Р., Матту С. (Yoffie D., Casadesus-Masanell R., Mattu S.) Wintel (A): Cooperation or Conflict: Harvard Business School Case № 9-704-419. — Boston, USA: Harvard Business School Press, 2004.
45. Калиш С., Махаджан В., Мюллер Е. (Kalish S., Mahajan V., Muller E.) Waterfall and sprinkler new-product strategies in competitive global markets. — *International Journal of Research in Marketing*. — 1995. — V. 12. — P. 105—119.

46. *Калиш С., Сен С. (Kalish S., Sen S. K.)* Diffusion models and the marketing mix for single products // *Innovation Diffusion Models of New Product Acceptance* / Eds.: V. Mahajan, Y. Wind. — Cambridge, USA: Ballinger Publishing Company, 1986. — P. 87—115.
47. *Касадеус-Масанелл Р., Гемават П. (Casadesus-Masanell R., Ghemawat P.)* Dynamic mixed duopoly: A model motivated by Linux vs Windows // *Management Science*. — 2006. — V. 52. — № 7 (July). — P. 1072—1084.
48. *Касадеус-Масанелл Р., Йоффе Д. Б. (Casadesus-Masanell R., Yoffie D. B.)* Wintel: Cooperation and conflict // *Management Science*. — 2006. — V. 53. — № 4 (April). — P. 584—598.
49. *Касадеус-Масанелл Р., Нейлбуфф Б., Йоффе Д. (Casadesus-Masanell R., Nalebuff B., Yoffie D.)* Competing Complements: NET Institute Working Paper № 07-44. — NY., USA: NET Institute, 2007. — http://www.netinst.org/Casadesus_07-44.pdf.
50. *Кац М. Л., Шапиро К. (Katz M. L., Shapiro C.)* Network externalities, competition, and compatibility // *The American Economic Review*. — 1985. — V. 75. — № 3. — P. 424—440.
51. *Кац М. Л., Шапиро К. (Katz M. L., Shapiro C.)* Systems competition and network externalities // *Journal of Economic Perspectives*. — 1994. — V. 8. — P. 93—115.
52. *Козырев А. Н.* Использование реальных опционов в инновационных проектах: Доклад на общем собрании Отделения общественных наук РАН: 2 марта 2005 г. — <http://kozyrev.labrate.ru/doklad-02-03-2005.pdf>.
53. *Козырев А. Н.* Общее равновесие в экономике с рынками продуктов и лицензий // *Социально-экономические процессы в новых условиях хозяйствования: Тезисы докладов Всесоюзной школы-семинара: Кишинев, май 1989 г.* — С. 163—164.
54. *Козырев А. Н.* Оценка интеллектуальной собственности. — М.: Экспертное бюро-М, 1997.
55. *Козырев А. Н.* Экономика пиратства: Создание и уничтожение стоимости: Тезисы к обсуждению. — М.: ЦЭМИ РАН, 2008. — http://www.labrate.ru/kozyrev/voprosy_dlya_obsuzhdeniya_cemi_25-06-2008.htm.
56. *Колемаев В. А.* Математическая экономика. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.
57. *Колемаев В. А., Гатауллин Т. М., Малыгин В. И., Соловьев В. И. и др.* Математические методы и модели исследования операций / Под ред. В. А. Колемаева. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008.
58. *Коннорс М., Тейчроу Д. (Connors M. M., Teichroew D.)* Optimal Control of Dynamic Operations Research Models. — Scranton, USA: International Textbook, 1967.
59. *Котлер Ф.* Основы маркетинга. — М.: Вильямс, 2007.
60. *Коуз Р. (Coase R. H.)* The Firm, the Market and the Law. — Chicago, USA: University of Chicago Press, 1988 (Рус. пер. Коуз Р. Фирма, рынок и право. — М.: Дело, 1993).
61. *Коулман Дж., Катц Э., Менцель Х. (Coleman J. S., Katz E., Menzel H.)* Medical Innovation: A Diffusion Study. — Indianapolis, USA: Bobbs-Merril, 1966.

62. Коулман Дж., Катц Э., Менцель Х. (Coleman J. S., Katz E., Menzel H.) The diffusion of an innovation among physicians // *Sociometry*. — 1957. — V. 20. — P. 253—269.
63. Крилл П. (Crill P.) Microsoft exec touts mixed source ventures // *InfoWorld*. — 2008, October 20. — <http://www.infoworld.com/print/38795>.
64. Кришнан Т., Басс Ф., Кумар В. (Krishnan T. V., Bass F. M., Kumar V.) Impact of a Late Entrant on the Diffusion of a New Product/Service // *Journal of Marketing Research*. — 2000. — V. 37. — P. 269—278.
65. Куан Дж. (Kuan J. W.) Open Source Software as Consumer Integration Into Production. — <http://ssrn.com/abstract=259648>.
66. Кузумано М., Сэлби Р. (Cusumano M. A., Selby R. W.) *Microsoft Secrets: How the World's Most Powerful Software Company Creates Technology, Shapes Markets, and Manages People*. — NY., USA: Free Press, 1995.
67. Курно А. (Cournot A.-A.) *Recherches sur les Principes Mathematic de la Theorie des Richesses*. — Paris: Calmann Levy, 1838.
68. Лазарсфельд П., Берельсон Б., Гаудет Х. (Lazarsfeld P. F., Berelson B., Gaudet H.) *The People's Choice*. — NY., USA: Columbia University Press, 1948.
69. Лелеков А. Г., Разумихин М. В., Соловьев В. И. Государственное регулирование отношений в сфере средств массовых коммуникаций // *Экономика. Управление. Культура: Сборник научных работ*. — Вып. 7. — М: Издательский центр научных и учебных программ, 2000. — С. 17—25.
70. Леонард Д., Лонг Н. (Leonard D., Long N.) *Optimal Control Theory and Static Optimization in Economics*. — Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1992.
71. Ли Д., Мендельсон Х. (Lee D., Mendelson H.) Divide and conquer: Competing with free technology under network effects // *Production and Operations Management*. — 2008. — V. 17, — № 1. — P. 12—28.
72. Лилиен Г., Рао А., Калиш С. (Lilien G. L., Rao A., Kalish S.) Bayesian estimation and control of detailing effort in a repeat-purchase diffusion environment // *Management Science*. — 1981. — V. 27. — P. 493—506.
73. Макаров В. Л. (Makarov V. L.) About economies of intellectual goods and its modeling // *Sixth Congress of the European Economic Association*. — Cambridge, UK: European Economic Association, 1991.
74. Макаров В. Л. Экономика знаний: Уроки для России // *Вестник Российской академии наук*. — 2003. — Т. 73. — № 5. — С. 450—456.
75. Макаров В. Л., Васильев В. А. Информационное равновесие и ядро в обобщенных моделях обмена // *Доклады АН СССР*. — 1984. — Т. 275. — С. 549—553.
76. Макаров В. Л., Клейнер Г. Б. *Микроэкономика знаний*. — М.: Экономика, 2007.
77. МакАфи П., МакМиллан Дж., Уинстон М. (McAfee P., McMillan J., Whinston M.) Multiproduct monopoly, commodity bundling, and correlation of values // *Quarterly Journal of Economics*. — 1989. — V. 104. — № 2. — P. 371—383.
78. Мангасарян О. (Mangasarian O. L.) Sufficient Conditions for the Optimal Control of Non-linear Systems // *SIAM Journal of Control*. — 1966. — V. 4. — P. 139—152.

79. Мартинс Ф., Нэцименто В. (Martins F., Nascimento V.) Dynamic pricing of repeat purchase goods // *Economia / Portuguese Catholic University*. — 1993. — V. 17. — P. 161—206.
80. Махаджан В., Мюллер Е., Басс Ф. (Mahajan V., Muller E., Bass F. M.) New product diffusion models in marketing: A review and directions for future research // *Journal of Marketing*. — 1990. — V. 54. — P. 1—26.
81. Махаджан В., Мюллер Е., Басс Ф. (Mahajan V., Muller E., Bass F. M.) New product diffusion models // *Handbooks in Operations Research and Management Science / Eds.: J. Eliashberg, G. L. Lilien*. — NY., USA: Elsevier Science Publishers, 1993. — P. 349—408.
82. Махаджан В., Мюллер Е., Басс Ф. (Mahajan V., Muller E., Bass F. M.) Diffusion of new products: Empirical generalizations and managerial uses // *Marketing Science*. — 1995. — V. 14. — P. G79—G88.
83. Махаджан В., Мюллер Е., Винд Й. (Mahajan V., Muller E., Wind Y.) *New-Product Diffusion Models*. — Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Publishers, 2000.
84. Махаджан В., Мюллер Е., Керин Р. (Mahajan V., Muller E., Kerin R.) Introduction strategy for new product with positive and negative word-of-mouth // *Management Science*. — 1984. — V. 30. — P. 1389—1404.
85. Махаджан В., Петерсон Р. (Mahajan V., Peterson R.) *Models for Innovation Diffusion*. — Beverly Hills, USA: Sage, 1985.
86. Махаджан В., Шарма С., Баззелл Р. (Mahajan V., Sharma S., Buzzell R.) Assessing the Impact of Competitive Entry on Market Expansion and Incumbent Sales // *Journal of Marketing*. — 1993. — V. 57. — P. 39—52.
87. Махаджан В., Шуман М. (Mahajan V., Schoeman M. E. F.) Generalized model for time pattern of diffusion process // *IEEE Transactions on Engineering Management*. — 1977. — V. 24. — P. 12—18.
88. Махлун Ф. (Machlup F.) *Knowledge and Knowledge Production*. — Princeton, USA: Princeton University Press, 1980.
89. Махлун Ф. (Machlup F.) *The Branches of Learning*. — Princeton, USA: Princeton University Press, 1982.
90. Махлун Ф. (Machlup F.) *The Economics of Information and Human Capital*. — Princeton, USA: Princeton University Press, 1984.
91. Махлун Ф. (Machlup F.) *The Production and Distribution of Knowledge in the United States*. — Princeton, USA: Princeton University Press, 1962. (Рус. пер. Махлун Ф. Производство и распространение знаний в США. — М.: Прогресс, 1966).
92. Мачо-Стадлер И., Перес-Кастрильо Д. (Macho-Stadler I., Perez-Castrillo D.) *An Introduction to the Economics of Information*. — Oxford, UK: Oxford University Press, 1997.
93. Милгром П., Робертс Дж. (Milgrom P., Roberts J.) *Economics, Organization and Management*. — NY., USA: Prentice Hall, 1992.
94. Мильнер Б. Э. *Управление знаниями: Эволюция и революция в организации*. — М.: ИНФРА-М, 2003.
95. *Моделирование экономических процессов / Под ред. М. В. Грачевой, Л. Н. Фадеевой, Ю. Н. Черемных*. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005.
96. Молхо Я. (Molho I.) *The Economics of Information: Lying and Cheating in Markets and Organizations*. — Cambridge, USA: Blackwell, 1997.

97. Мэнсфилд Э. (Mansfield E.) Technical change and the rate of imitation // *Econometrica*. — 1961. — V. 29. — P. 741—766.
98. Наука и высокие технологии России на рубеже третьего тысячелетия: Социально-экономические аспекты развития / Рук. авт. колл.: В. Л. Макаров, А. Е. Варшавский. — М.: Наука, 2001.
99. Нейлбуфф Б. (Nalebuff B.) Bundling as an entry barrier // *Quarterly Journal of Economics*. — 2004. — V. 119. — № 1. — P. 159—187.
100. Паркер П. (Parker P.) Aggregate diffusion forecasting models in marketing: A critical review // *International Journal of Forecasting*. — 1994. — V. 10. — P. 353—380.
101. Паркер П. (Parker P.) Choosing among diffusion models: Some empirical evidence // *Marketing Letters*. — 1993. — V. 4. — P. 81—94.
102. Паркер П., Гатиньон Х. (Parker P., Gatignon H.) Competitive effects in diffusion models // *International Journal of Research in Marketing*. — 1994. — V. 11. — P. 17—39.
103. Перминов С. Б. Информационные рыночные технологии // Наука и высокие технологии России на рубеже третьего тысячелетия: Социально-экономические аспекты развития / Рук. авт. колл.: В. Л. Макаров, А. Е. Варшавский. — М.: Наука, 2001.
104. Перминов С. Б. Информационные технологии как фактор экономического роста. - М.: Наука, 2007.
105. Перминов С. Б. Проблемы интеграции России в глобальную постиндустриальную экономику // Россия в глобализирующемся мире: Политико-экономические очерки / Отв. ред. Д. С. Львов. — М.: Наука, 2004. — С. 416—432.
106. Перминов С. Б. Современные рыночные технологии: Препринт # WP/98/058. — М.: ЦЭМИ РАН, 1998.
107. Перминов С. Б., Егорова Е. Н. Тенденции распространения информационных технологий в России после 2000 года: Препринт # WP/2006/211. — М.: ЦЭМИ РАН, 2006.
108. Перминов С. Б., Егорова Е. Н., Пятковски М. Влияние современных информационных технологий на экономический рост в России и странах восточной Европы в 1990—2001 гг.: Препринт # WP/2004/164. — М.: ЦЭМИ РАН, 2004.
109. Петерсон Р., Махаджан В. (Peterson R., Mahajan V.) Multi-product growth models // *Research in Marketing* / Ed. J. Sheth. — V. 1. — Greenwich, UK: CT: JAI Press, 1978. — P. 201—231.
110. Полтерович В. М., Хенкин Г. М. Диффузия технологий и экономический рост: Препринт. — М.: ЦЭМИ РАН, 1988.
111. Полтерович В. М., Хенкин Г. М. Эволюционная модель взаимодействия процессов создания и заимствования технологий // *Экономика и математические методы*. — 1988. — Т. 24. — № 6. — С. 1071—1083.
112. Полтерович В. М., Хенкин Г. М. Эволюционная модель экономического роста // *Экономика и математические методы*. — 1989. — Т. 25. — № 3. — С. 518—531.
113. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. — М.: Наука, 1983.
114. Портал money.msn. — <http://money.msn.com/>.

115. Портал *price.ru*. — <http://www.price.ru/>.
116. Портал компании *Gartner*. — <http://www.gartner.com/>.
117. Портал компании *IDC*: — <http://www.idc.com/>.
118. Портал операционной системы *Ghost*. — <http://ghost.cc/>.
119. Портал Организации экономического сотрудничества и развития. — <http://www.oecd.org/>.
120. Портал Федеральной службы государственной статистики. — <http://www.gks.ru/>.
121. Рао А., Ямада М. (Rao A., Yamada M.) Forecasting with a repeat purchase diffusion model // *Management Science*. — 1988. — V. 34. — P. 734—752.
122. Рао Р., Басс Ф. (Rao R.C., Bass F. M.) Competition, strategy, and price dynamics: A theoretical and empirical investigation // *Journal of Marketing Research*. — 1985. — V. 22. — P. 283—296.
123. Расмусен Э. (Rasmusen E.) *Games and Information: An Introduction to Game Theory*. — Cambridge, USA: Blackwell, 1994.
124. Росс Д. (Ross D. R.) Learning to dominate // *The Journal of Industrial Economics*. — 1986. — V. 34. — № 4 (June). — P. 337—353.
125. Салани Б. (Salanie B.) *The Economics of Contracts: A Primer*. — Boston, USA: MIT Press, 1997.
126. Салтэн Ф., Фарли Дж., Леманн Д. (Sultan F., Farley J., Lehmann D.) A meta-analysis of applications of diffusion models // *Journal of Marketing Research*. — 1990. — V. 27. — P. 375—388.
127. Свободное программное обеспечение и операционная система GNU (Free Software and the GNU Operating System) // Free Software Foundation. — <http://www.fsf.org/about/>.
128. Середина С. А. Анализ рисков и минимизация потерь от нелегального распространения программных продуктов: Дисс. ... канд. экон. наук: 08.00.13. — М., 2005.
129. Середина С. А. Экономический анализ поведения участников рынка программного обеспечения // *ИНФОРМОСТ: Радиоэлектроника и телекоммуникации*. — 2002. — № 6 (24). — С. 4—9.
130. Соловьев В. И. (Soloviev V. I.) Competition of commercial and free software at the growing market // *Sustainable Development through Technological Change: The Sixth International Conference on Management of Technological Changes (MTC—2009): Proceedings: September 3—5, 2009, Alexandroupolis, Greece*. — Xanthi, Greece: Democritus University of Thrace, 2009. — P. 806—811.
131. Соловьев В. И. (Soloviev V. I.) Current state of Windows / Linux competition in the East-Asian server operating systems market // *Модернизация экономики и развитие менеджмента: Материалы IX конференции Международной федерации ассоциаций менеджмента Восточной Азии (IFEAMA): Москва, 1—2 октября 2008 г.* — М.: ГУУ, 2008. — С. 122—126.
132. Соловьев В. И. (Soloviev V. I.) Duopoly of Linux and Microsoft as competing server operating systems // *Evolution and Revolution in the Global Knowledge Economy: Enhancing Innovation and Competitiveness Worldwide: Global Business and Technology Association Tenth International Con-*

ference: Readings Book: July 8—12, 2008, Madrid, Spain. — NY., USA: GBATA, 2008. — P. 1041—1044.

133. Соловьев В. И. (Soloviev V. I.) Mathematical modelling of co-competition at the modern IT market // 2009 International Conference on Management Science and Engineering: 16th Annual Conference Proceedings: September 14—16, 2009, Moscow, Russia. — Piscataway, USA: IEEE, 2009. — P. 1107—1109.

134. Соловьев В. И. (Soloviev V. I.) Mathematical modelling of strategic commitments and piracy in Windows / Linux competition // 2008 International Conference on Management Science and Engineering: 15th Annual Conference Proceedings: September 10—12, 2008, Long Beach, USA. — Piscataway, USA: IEEE, 2008. — P. 10—12.

135. Соловьев В. И. (Soloviev V. I.) Optimal control of distributed systems and its applications in economics // Математическое моделирование социальной и экономической динамики (MMSED—2004): Труды Международной конференции: Москва, 23—25 июня 2004 г. — М.: РГСУ, 2004. — С. 343—346.

136. Соловьев В. И. (Soloviev V. I.) Optimal control of innovations diffusion in spatially heterogeneous economy // Конкурентоспособность в условиях информационного общества: Опыт стран БРИК: Материалы Международной научно-практической конференции: Москва, 22—24 октября 2008 г. — М.: ГУУ, 2008. — С. 359—361.

137. Соловьев В. И. (Soloviev V. I.) Standards competition and cooperation at the computer hardware and software market // Business Strategies and Technological Innovations for Sustainable Development: Creating Global Prosperity for Humanity: Global Business and Technology Association Eleventh International Conference: Readings Book: July 7—11, 2009, Prague, Czech Republic. — NY., USA: GBATA, 2009. — P. 1087—1093.

138. Соловьев В. И. Асимметрия информации на рынке лицензионного и нелицензионного программного обеспечения // Образование. Наука. Научные кадры. — 2008. — № 2. — С. 24—27.

139. Соловьев В. И. Выбор оптимальной модели бизнеса на монопольном рынке программного обеспечения как услуги // Микроэкономика. — 2010. — № 6. — С. 97—104.

140. Соловьев В. И. Математическое моделирование инструментов управления инновационными рисками в рыночной инфраструктуре. — М.: Институт проблем рынка РАН, 2006.

141. Соловьев В. И. Моделирование решений производителей аппаратного и программного обеспечения о выпуске новых поколений и версий продуктов // Экономика. Статистика. Информатика. Вестник УМО. — 2010. — № 6. — С. 211—213.

142. Соловьев В. И. Модель смешанной дуополии производителей коммерческого и открытого программного обеспечения // Актуальные проблемы управления—2008: Материалы Всероссийской научной конференции: Москва, октябрь 2008 г. — Вып. 5. — М.: ГУУ, 2008. — С. 70—74.

143. Соловьев В. И. Обобщенный принцип максимума как необходимое условие оптимальности в распределенной задаче оптимального управле-

ния с ограничениями в частных производных // Обозрение прикладной и промышленной математики. — 2004. — Т. 11. — № 1. — С. 120—122.

144. Соловьев В. И. Оптимальное управление диффузией инноваций // Математическое моделирование социальной и экономической динамики (MMSED—2007): Труды 2-й Международной конференции: Москва, 20—22 июня 2007 г. — М.: РУДН, 2007. — С. 246—248.

145. Соловьев В. И. Оптимальный момент выпуска новой версии программного обеспечения разработчиком-монополистом // Вестник университета / ГУУ. — 2010. — № 24.

146. Соловьев В. И. Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления распределенными системами, подчиняющимися уравнениям в частных производных // Вестник университета / ГУУ. — 2005. — № 1 (10). — С. 71—80.

147. Соловьев В. И. Программное обеспечение как товар // Вестник университета / ГУУ. — 2010. — № 24.

148. Соловьев В. И. Реальные опционы как инструмент оценки эффективности инновационных проектов // Вестник университета / ГУУ. — 2007. — № 1 (19). — С. 320—329.

149. Соловьев В. И. Теоретико-игровая модель конфликта на рынке лицензионного и пиратского программного обеспечения // Математические методы в технике и технологиях — ММТТ—21: Сборник трудов XXI Международной научной конференции: Саратов, 27—30 мая 2008 г. — Т. 8. Секция 8. Математические методы и задачи в экономике, менеджменте и гуманитарных науках. — Саратов: Издательство СГТУ, 2008. — С. 108—109.

150. Соловьев В. И. Экономико-математическое моделирование рынка программного обеспечения: Монография. — М.: Вега-Инфо, 2009.

151. Соловьев В. И., Гостомельский А. В. Инвестиции, банки и автоматизация // Банковские технологии. — 1997. — № 9. — С. 27—31.

152. Соловьев В. И., Гостомельский А. В. Проблемы автоматизации банковских систем // Программы. — 1997. — Т. 1. — № 2. — С. 4—7.

153. Соловьев В. И., Долгих Е. А., Курочкин П. А., Зазук А. В. Статистика рынка информационных технологий // Вестник университета / ГУУ. — 2010. — № 19. — С. 408—414.

154. Соловьев В. И., Зазук А. В., Курочкин П. А. Бизнес-модель гибридного программного обеспечения // Актуальные проблемы управления — Модернизация и инновации в экономике: Материалы 15-й Международной научной конференции: Москва, октябрь 2010 г. — Вып. 5. — М.: ГУУ, 2010. — С. 115—117.

155. Соловьев В. И., Зазук А. В., Курочкин П. А. Инновационные бизнес-модели в медиаиндустрии // Полиграфист. В помощь руководителю и главному бухгалтеру. — 2010. — № 4. — С. 30—35.

156. Соловьев В. И., Ильина Н. А. Равновесие Штакельберга в модели взаимодействия производителей аппаратного и программного обеспечения // Научно-технические ведомости СПбГПУ. — Информатика. Телекоммуникации. Управление. — 2010 — № 6. — С. 28—35.

157. Соловьев В. И., Ильина Н. А., Курочкин П. А. (Soloviev V. I., Iliina N. A., Kurochkin P. A.) Competition of hardware manufacturers, proprietary and free software developers, and pirates // Generating Innovative Solutions to

Recurring Problems in the Global Business Environment: A multi-, Inter-, and Trans Disciplinary Approach to Formulating and Maintaining a Competitive Organizational Edge: Global Business and Technology Association Twelfth Annual International Conference: Readings Book: July 5—9, 2010, Mpumalanga, South Africa. — NY., USA: GBATA, 2010. — P. 843—850.

158. Соловьев В. И., Ильина Н. А., Курочкин П. А. Влияние пиратства на рыночное взаимодействие производителей аппаратного и программного обеспечения // Вестник университета / ГУУ. — 2010. — № 19. — С. 415—421.

159. Соловьев В. И., Ильина Н. А., Самоявчева М. В. (Soloviev V. I., Piina N. A., Samoyavcheva M. V.) The role of agents' knowledge in a model of hardware and software manufacturers' interaction // Тезисы докладов Международной конференции «Институциональная экономика: развитие, преподавание, приложения». — М.: ГУУ, 2009. — С. 102—105.

160. Соловьев В. И., Ильина Н. А., Самоявчева М. В. (Soloviev V. I., Piina N. A., Samoyavcheva M. V.) Cournot equilibrium in a model of hardware and software manufacturers' interaction // Annales Universitatis Apulensis Series Oeconomica. — 2009. — V. 11. — № 1. — P. 43—53. — RePEc: <http://ideas.repec.org/a/alu/journal/v1y2009i11p4.html>. — SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1562725>.

161. Соловьев В. И., Ильина Н. А., Самоявчева М. В. Равновесие Курно в модели взаимодействия производителей аппаратного и программного обеспечения на рынке информационных технологий // Вестник университета / ГУУ. — 2009. — № 33. — С. 418—427.

162. Соловьев В. И., Курочкин П. А. Статическая модель смешанной дуополии на рынке серверных операционных систем // Математические методы в технике и технологиях — ММТТ—22: Сборник трудов XXII Международной научной конференции: Псков, 25—28 мая 2009 г. — Т. 8. Секция 8. Математические методы и задачи в экономике, менеджменте и гуманитарных науках. — Псков: Издательство ППИ, 2009. — С. 101—105.

163. Соловьев В. И., Курочкин П. А., Зазук А. В., Рендюк А. В. (Soloviev V. I., Kurochkin P. A., Zazuk A. V., Rendiuk A. V.) Innovative business models in the media industry // Annales Universitatis Apulensis: Series Oeconomica. — 2010. — V. 12. — № 1. — RePEc: <http://ideas.repec.org/a/alu/journal/v1y2010i12p4.html>.

164. Соловьев В. И., Курочкин П. А., Ильина Н. А. Моделирование стратегии взаимодействия производителей аппаратного обеспечения, разработчиков коммерческого и свободного программного обеспечения и пиратов // Стратегическое планирование и развитие предприятий: Материалы Одиннадцатого всероссийского симпозиума: Секция 2. Модели и методы разработки стратегии предприятия. — М.: ЦЭМИ РАН, 2010. — С. 188—190.

165. Соловьев В., Ильина Н., Курочкин П. (Soloviev V., Piina N., Kurochkin P.) Hardware vendors, proprietary and open source software developers and pirates co-opetition // ALIO/INFORMS Joint International Meeting 2010: Program and Abstracts: June 6—9, 2010, Buenos Aires, Argentina. — Baltimore, USA: Institute for Operations Research and the Management Sciences. — P. 128.

166. Соловьев В., Ильина Н., Курочкин П. (Soloviev V., Piina N., Kurochkin P.) Impact of piracy on competition of hardware manufacturers, pro-

proprietary and free software developers // 7th International Conference on Computational Management Science: Abstract Book: July 28—31, 2010, Vienna, Austria. — Vienna, Austria: Vienna University, 2010. — P. 32—33.

167. Соловьев В., Ильина Н., Курочкин П. (Soloviev V., Iliina N., Kurochkin P.) Equilibrium in a market of computer hardware, proprietary, free and pirated software // Operations Research 2010: Mastering Complexity: International Conference: Program and Abstracts: September 1—3, 2010, Munich, Germany. — Munich, Germany: Universitaet der Bundeswehr Muenchen, 2010. — P. 45.

168. Сотсков А. И., Колесник Г. В. Управление динамическими системами в задачах экономики. — Тверь: ТвГУ, 2001.

169. Спенс А. М. (Spence A. M.) The learning curve and competition // The Bell Journal of Economics. — 1981. — V. 12. — № 1 (Spring). — P. 49—70.

170. Стюарт Т. (Stewart T. A.) Intellectual Capital: The New Wealth of Organizations. — NY., USA; L., UK: Doubleday; Currency, 1998.

171. Тенг Дж., Томпсон Р. (Teng J., Thompson R.) Oligopoly models for optimal advertising when production costs obey a learning curve // Management Science. — 1983. — V. 29. — P. 1087—1101.

172. Тобин Дж., Брэйнард У. С. (Tobin J., Brainard W. C.) Asset markets and the cost of capital // Economic Progress, Private Values and Public Policy: Essays in Honor of William Fellner / Eds.: B. A. Balassa and R. R. Nelson. — Amsterdam, Holland: North Holland, 1977.

173. Томпсон Р., Тенг Дж. (Thompson R., Teng J.) Optimal pricing and advertising policies for new product oligopoly models // Marketing Science. — 1984. — V. 3. — P. 148—168.

174. Управление социально-экономическим развитием России: Концепции, цели, механизмы / Рук. авт. кол.: Д. С. Львов, А. Г. Поршневу. — М., Экономика, 2002.

175. Фарелл Дж., Катц М. Л. (Farrell J., Katz M. L.) Innovation, rent extraction, and integration in systems markets // Journal of Industrial Economics. — 2000. — V. 48. — № 4. — P. 413—432.

176. фон Штакельберг Г. (von Stackelberg H.) Marktform und Gleichgewicht. — Wien, Austria: Springer-Verlag, 1934.

177. Форт Л., Вудлок Дж. (Fourt L. A., Woodlock J. W.) Early prediction of market success for new grocery products // Journal of Marketing. — 1960. — V. 25. — P. 31—38.

178. Фостер Р. (Foster R.) Innovation: The Attacker's Advantage. — New York, USA: Summit Books, 1986.

179. Хан М., Парк С., Кришнамурти Л., Золтнерс А. (Hahn M., Park S., Krishnamurthi L., Zoltners A.) Analysis of new-product diffusion using a four-segment trial-repeat model // Marketing Science. — 1994. — V. 13. — P. 224—247.

180. Хенкин Г. М. (Henkin G. M.) Asymptotic structure for solutions of the Cauchy problem for Burgers type equations // Journal of Fixed Point Theory and Applications. — 2007. — V. 1. — № 2. — P. 239—291.

181. Хенкин Г. М., Полтерович В. М. (Henkin G. M., Polterovich V. M.) A difference-differential analogue of the Burgers equation and

some models of economic development: Working paper # WP/98/051. — М.: ЦЭМИ РАН, 1998.

182. Хиршляйфер Дж., Райли Дж. (Hirshleifer J., Riley J.) The Analytics of Uncertainty and Information. — Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1994.

183. Хорски Д., Мэйт К. (Horsky D., Mate K. V.) Dynamic advertising of competing durables good producers // *Marketing Science*. — 1988. — V. 7. — P. 356—367.

184. Хэмблин Р., Джакобсен Б., Миллер Дж. (Hamblin R., Jacobsen B., Miller J. L.) A Mathematical Theory of Social Change. — NY., USA: John Wiley & Sons, 1973.

185. Чарный Б. (Charny B.) Microsoft raps open-source approach // CNET News.com. — 2001, May 3. — <http://news.cnet.com/news/0-1003-202-5813446.html>.

186. Чен М., Нейлбуфф К., Нейлбуфф Б. (Chen M., Nalebuff K., Nalebuff B.) One-Way Essential Complements: *Cowles Foundation Discussion Paper* № 1588 / Yale University. — New Haven, USA: Yale University; Cowles Foundation for Research in Economics, 2006. — <http://cowles.econ.yale.edu/P/cd/d15b/d1588.pdf>.

187. Ченг Л. К., Нам Дж. (Cheng L. K., Nahm J.) Product boundary, vertical competition, and the double mark-up problem // *RAND Journal of Economics*. — 2007. — V. 38. — № 2. — P. 447—466.

188. Четтери Р., Элиашберг Дж., Рао В. (Chatterjee R., Eliashberg J., Rao V.) Dynamic models incorporating competition // *New-Product Diffusion Models* / Eds.: V. Mahajan, E. Muller, Y. Wind. — Dordrecht, Holland Kluwer Academic Publishers, 2000. — P. 165—205.

189. Чой Дж., Стефанадис К. (Choi J., Stefanadis C.) Tying, investment, and the dynamic leverage theory // *RAND Journal of Economics*. — 2001. — V. 32. — № 1. — P. 52—71.

190. Шариф М., Раманатан К. (Sharif M., Ramanathan K.) Binomial innovation diffusion models with dynamic potential adopter population // *Technological Forecasting and Social Change*. — 1981. — V. 20. — P. 63—87.

191. Шумпетер Й. А. Теория экономического развития. — М.: Прогресс, 1982.

192. Эдвинсон Л., Малон М. (Edvinson L., Malone M. S.) Intellectual Capital: Realizing Your Company's Value by Finding its Hidden Roots. — NY., USA: HarperBusiness, 1997.

193. Экономайдс Н. (Economides N.) The economics of networks // *International Journal of Industrial Organization*. — 1996. — V. 14. — № 2. — P. 675—699.

194. Экономайдс Н., Катзамакас Е. (Economides N., Katsamakas E.) Linux vs. Windows: A comparison of application and platform innovation incentives // *The Economics of Open Source Software Development* / Eds.: J. Bitzer, P. Schroeder. — Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 2006. — P. 207—218.

195. Экономайдс Н., Катзамакас Е. (Economides N., Katsamakas E.) Two-sided competition of proprietary vs. open source technology plat-

forms and implications for the software industry // *Management Science*. — 2006. — V. 52. — № 7. — P. 1051—1071.

196. *Экономика пиратства: Создание и уничтожение стоимости*: Стенограмма круглого стола. — М.: ЦЭМИ РАН, 2008. — <http://www.labrate.ru/20080625/stenogramma.htm>.

197. *Экономико-математический энциклопедический словарь* / Гл. ред. В. И. Данилов-Данильян. — М.: Большая Российская энциклопедия: ИНФРА-М, 2003.

198. *Элиашберг Дж., Джойланд А. (Eliashberg J., Jeuland A.)* The impact of competitive entry in developing market upon dynamic pricing strategies // *Marketing Science*. — 1986. — V. 5. — P. 20—36.

199. *Эрроу К. Дж. (Arrow K. J.)* Information and the organization of industry // *Markets, Information and Uncertainty: Essays in Economic Theory in Honnor of K. J. Arrow* / Ed. G. Chichilnisky). — Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1994. — P. 19—25.

200. *Ю А. (Yu A.)* Creating the Digital Future. — NY., USA: Free Press, 1998.

201. *Юдкевич М. М., Подколзина Е. А., Рябинина А. Ю.* Основы теории контрактов: Модели и задачи. — М.: ГУ ВШЭ, 2002.

В. И. Соловьев

**СТРАТЕГИЯ И ТАКТИКА
КОНКУРЕНЦИИ НА РЫНКЕ
ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ**

**Опыт
экономико-математического
моделирования**

Монография

Редакторы Ю. В. Добровольская, И. Г. Крейзер.

Подписано в печать 21.12.2010. Формат 60×88 1/16. Гарнитура Журнальная.
Усл. печ. л. 12,5. Уч.-изд. л. 12,1. Тираж 1000 экз.

ООО «Вега-Инфо».
105077, Москва, Измайловский бульвар, 63/12, корп. 2.
www.vega-info.ru

Для заметок

Для заметок

Для заметок